入学年度		学部	学 科		組		番 号			検	フリガナ	
		B		1							氏 名	

$\boxed{1}$ $\vec{e}_1 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$, $\vec{e}_2 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}$, $\vec{e}_3 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$ とし，$\vec{a} = a_1\vec{e}_1 + a_2\vec{e}_2 + a_3\vec{e}_3$, $\vec{b} = b_1\vec{e}_1 + b_2\vec{e}_2 + b_3\vec{e}_3$, $\vec{c} = c_1\vec{e}_1 + c_2\vec{e}_2 + c_3\vec{e}_3$ とする.

a) $(a_1\vec{e}_1) \wedge \vec{b} \wedge \vec{c} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ となることを示せ.

b) $(a_2\vec{e}_2) \wedge \vec{b} \wedge \vec{c}$, $(a_3\vec{e}_3) \wedge \vec{b} \wedge \vec{c}$ についても同様の形に表せ.

c) 第 1 列に関する**余因子展開** $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} \qquad \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} \qquad \end{vmatrix}$ を完成せよ.

$\boxed{2}$ 第 2 列に関する**余因子展開**

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = -b_1 \begin{vmatrix} \qquad \end{vmatrix} + b_2 \begin{vmatrix} \qquad \end{vmatrix} - b_3 \begin{vmatrix} \qquad \end{vmatrix}$$

を求めよ.

$\boxed{3}$ 次の行列式を余因子展開を用いて求めよ.

$$\begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 5 \\ 0 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & -2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

交代積の種々の性質を用いると，行列式は次の性質を持つことがわかる.

(1) ある列に他の列の c 倍を加えても行列式は変わらない.

(2) 2 つの列を入れ換えると，行列式は (-1) 倍になる.

(3) ある列を c 倍すると，行列式も c 倍になる.

これら 3 つの性質を用いて行列式を計算することを**列基本変形**による行列式の計算という.

$\boxed{4}$ 次の行列式を，サラスの公式，余因子展開，列基本変形（と余因子展開を組み合わせた方法）の 3 種類の方法で計算せよ.

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 3 & -3 \\ 3 & -2 & 3 \end{vmatrix}$$

行列 A の行と列を入れ替えて作られる行列を A の**転置行列**といい，${}^tA$ と表す．すなわち，

$$A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \quad \text{のとき} \quad {}^tA = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & g_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{pmatrix}$$

$\boxed{5}$ ${}^tA$ の行列式は A の行列式と一致することを示せ.

転置行列の行列式がもとの行列の行列式と一致することから，列に関する余因子展開や，列に関する基本変形による行列式の計算は，行に関する余因子展開や，行に関する基本変形による計算に翻訳される.

$\boxed{6}$ $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{vmatrix}$ を行による基本変形を用いて計算せよ.