

微分積分 II	入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	氏 名	
火曜 2 限 担当: 鉄田 政人								

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく, 途中の計算や説明も簡潔に加えること. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1 次の不定積分を求めよ.

a) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ ($1-x^2=t$ とおく.)

b) $\int (1-2x)e^{-2x} dx$ (部分積分)

2 $f(x) = \sqrt{1+x}$ とおく.

a) $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$ をそれぞれ計算せよ.

b) h を正の実数とする. $\sqrt{1+h}$ を $f(0) + f'(0)h + \frac{f''(0)}{2!}h^2$ で近似したときの誤差 $R_3(h)$ を評価する不等式を求めよ.

c) $\sqrt{105} = 10\sqrt{1+\frac{1}{20}}$ という表示と, b) の近似式を用いて $\sqrt{105}$ の近似値を計算せよ. また, このようにして得られた近似値と $\sqrt{105}$ の値とは小数第何位まで一致するかを言え.

d) 関数 $f(x) = \sqrt{1+x}$ の $x=0$ のまわりでの漸近展開を 3 次の項まで求めよ.

e) 関数 $g(x) = \sqrt{1-x^2} - \sqrt{1+x^2}$ の $x=0$ のまわりでの漸近展開を 6 次の項まで求めよ.

f) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^2} - \sqrt{1+x^2}}{\log(1+x^2)}$ を求めよ. 次の展開式は用いてよい.
 $\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$

3 つぎの 2 変数関数のそれぞれについて, 2 階の偏微分までをすべて計算せよ.

a) $f(x, y) = \log(1 + x + y^2)$

b) $f(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$ (α は $0 < \alpha < 1$ を満たす定数)

4 関数 $f(x, y) = x^3 - xy^2 + 6x^2 + 4xy + 5x$ の臨界点 (すべての偏微分が 0 になる点) をすべてもとめ, 各臨界点において極大・極小を判定せよ.

5 底面の半径が r で高さが h である上面に蓋のない円柱の缶がある.

a) この缶を作るのに使用する材料の面積を S , 缶の容積を V とするとき, S , V をそれぞれ r と h を用いた式で表せ.

$$S =$$

$$V =$$

b) 材料の面積 S が一定値 a^2 (a は正数) であるという条件の下で, 容積 V が最大となるような r と h をラグランジュの乗数法で求めよ.