

微分積分II	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名	
火曜2限 担当: 鍬田政人								

- 筆記用具以外の持ち込みは不可。
- 最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に加えること。これがない場合、大幅な減点をすることもある。

1] 次の不定積分を求めよ。

a) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad (1-x^2=t \text{ とおく。})$

c) $\sqrt{105} = 10\sqrt{1+\frac{1}{20}}$ という表示と、b) の近似式を用いて $\sqrt{105}$ の近似値を計算せよ。また、このようにして得られた近似値と $\sqrt{105}$ の値とは小数第何位まで一致するかを言え。

b) $\int (1-2x)e^{-2x} dx \quad (\text{部分積分})$

d) 関数 $f(x) = \sqrt{1+x}$ の $x=0$ のまわりでの漸近展開を3次の項まで求めよ。

e) 関数 $g(x) = \sqrt{1-x^2} - \sqrt{1+x^2}$ の $x=0$ のまわりでの漸近展開を6次の項まで求めよ。

2] $f(x) = \sqrt{1+x}$ とおく。

a) $f'(x), f''(x), f'''(x)$ をそれぞれ計算せよ。

f) 極限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x^2} - \sqrt{1+x^2}}{\log(1+x^2)}$ を求めよ。次の展開式は用いてよい。
 $\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + o(x^n)$

b) h を正の実数とする。 $\sqrt{1+h}$ を $f(0) + f'(0)h + \frac{f''(0)}{2!}h^2$ で近似したときの誤差 $R_3(h)$ を評価する不等式を求めよ。

3 つぎの 2 変数関数のそれについて、2 階の偏微分までをすべて計算せよ。

a) $f(x, y) = \log(1 + x + y^2)$

5 底面の半径が r で高さが h である上面に蓋のない円柱の缶がある。

- a) この缶を作るのに使用する材料の面積を S , 缶の容積を V とするとき, S, V をそれぞれ r と h を用いた式で表せ。

$$S =$$

$$V =$$

- b) 材料の面積 S が一定値 a^2 (a は正数) であるという条件の下で、容積 V が最大となるような r と h をラグランジュの乗数法で求めよ。

b) $f(x, y) = x^\alpha y^{1-\alpha}$ (α は $0 < \alpha < 1$ を満たす定数)

4 関数 $f(x, y) = x^3 - xy^2 + 6x^2 + 4xy + 5x$ の臨界点（すべての偏微分が 0 になる点）をすべてとめ、各臨界点において極大・極小を判定せよ。