

微分積分 I	入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	氏 名	
火曜 2 限 担当: 鎌田 政人								

- 筆記用具以外の持ち込みは不可。
- 最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に加えること。これがない場合、大幅な減点をすることもある。

1 $f(x) = \frac{3x - 4}{x - 2}$ とする。

a) $f(x)$ の定義域を述べよ。

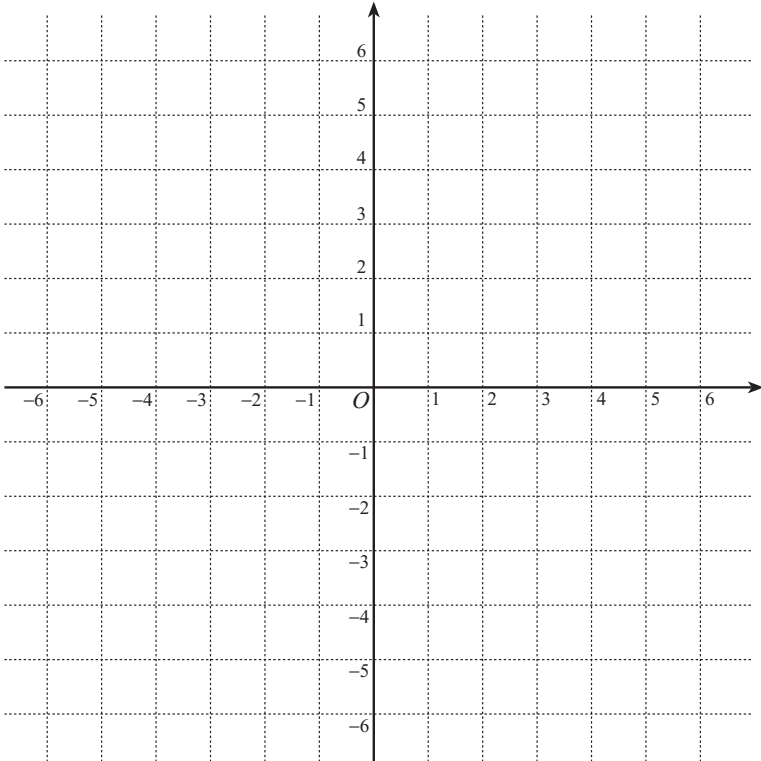
b) $f(x)$ を $a + \frac{b}{x - 2}$ の形に表せ。

c) x が 1 から $1 + h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求め、なるべく簡単な形で表せ。 [ヒント：前問の形に直してから計算するとよい。]

d) $f(x)$ の $x = 1$ における微分係数を極限による定義を用いて直接計算せよ。

e) $y = f(x)$ のグラフの $(1, f(1))$ における接線の方程式を求めよ。

f) $y = f(x)$ のグラフ、e) で求めた接線、および直線 $y = \frac{1}{2}x + 2$ を下の座標平面内に描け。



g) 次の連立方程式の解を求めよ。

$$\begin{cases} y = \frac{3x - 4}{x - 2} \\ y = \frac{1}{2}x + 2 \end{cases}$$

h) グラフを利用して不等式 $\frac{3x - 4}{x - 2} \leq \frac{1}{2}x + 2$ を解け。

i) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ。

j) $y = f(x)$ および、 $y = f^{-1}(x)$ の定義域・値域を示せ。

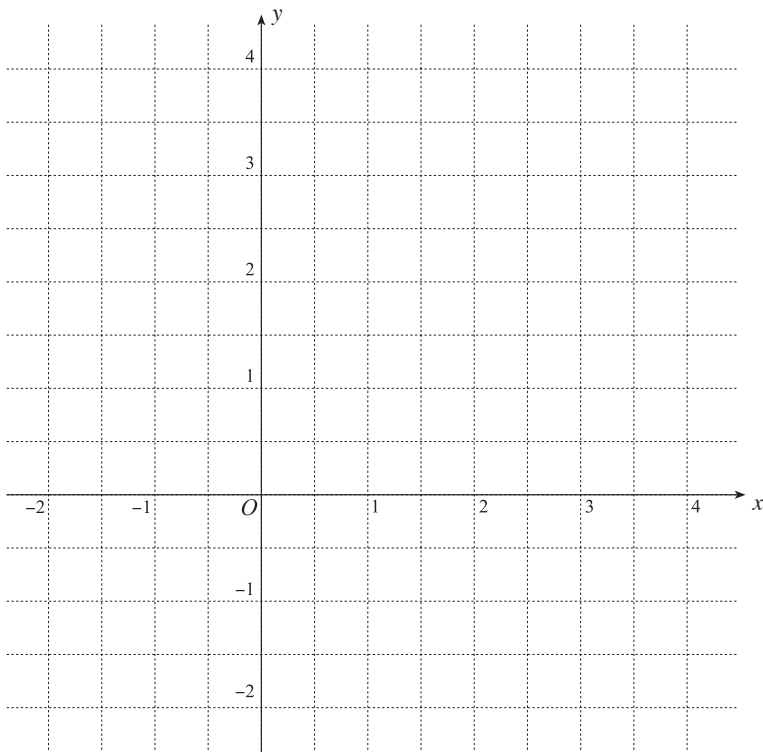
$y = f(x)$	$y = f^{-1}(x)$
$\begin{cases} \text{定義域：} \\ \text{値域：} \end{cases}$	$\begin{cases} \text{定義域：} \\ \text{値域：} \end{cases}$

2 m, n が整数であるとき $(x^m)' = mx^{m-1}$, $(x^{\frac{1}{n}})' = \frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}$ であることはすでに証明されているとする。このとき、合成関数の微分公式を用い、 $a = \frac{m}{n}$ のときにも $(x^a)' = ax^{a-1}$ が成り立つことを証明せよ。

3 $f(x) = \sqrt{2x-3}$ とする。以下の問いに答えよ。

- a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ。
- b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域と値域を述べよ。
- c) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。(定義に戻る必要はない。)
- d) $y = f(x)$ のグラフの $(2, f(2))$ における接線の方程式を求めよ。

- e) $y = f(x)$ のグラフ、 $(2, f(2))$ における接線、および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフの3つを右上の座標平面内に描け。



4 $f(x) = x - \sqrt{2x}$ とする。

- a) 関数 $y = f(x)$ の定義域を求めよ。
- b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を計算せよ。(定義に戻る必要はない。)
- c) $f'(x) = 0$ となる x の値を求めよ。
- d) $f'(x) > 0$ となる x の値の範囲を求めよ。
- e) $f(x)$ の増減表を完成させよ。

x	
$f'(x)$	
$f(x)$	

- f) $f(x)$ が定義される範囲内での最大値・最小値があればそれを求めよ。

5 次の各々の関数の導関数を求めよ。

a) $f(x) = (1-x)e^{-x^2}$

b) $f(x) = \log \left| \frac{x+1}{x+2} \right|$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$

微分積分 I	入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	氏 名	
火曜 2 限 担当: 鎌田 政人								

6 $f(x) = x^2 \log x$ とする.

a) $f(x)$ の定義域を述べよ.

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

c) $f'(x) = 0$ となる x と, $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

d) $f(x)$ の 2 次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

e) $f''(x) = 0$ となる x と, $f''(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

f) $f(x)$ の増減表を完成させよ. (増減だけでなくグラフの凹凸も調べ, 曲がった矢印 ↗ ↘ ↙ ↖ で表すこと.)

x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

g) $f(x)$ が極大・極小となる x の値があればそれを求めよ.

h) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めよ.

7 自然対数の底 e は $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$ をみたす数であった. ここで, $f(x) = e^x$ とおくと, 極限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ を求めよ.

8 元本 A を年利 r の連続複利で運用すると, 1 年後の元利合計は Ae^r となる. 6 年後に元本がもとの 2 倍以上になるためには, 年利はおおよそ何 % 以上でなければいけないか. $\log 2 = 0.693$ として計算せよ.

【解答用紙が足らなければこの部分も使用して下さい】