

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
	B	1				氏名

平均変化率

関数  $y = f(x)$  において、 $x$  の値が  $a$  から  $b$  まで変わるとき、 $y$  の値は  $f(b) - f(a)$  だけ変化する。このとき、 $x$  の値の変化に対する  $y$  の値の変化の割合

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

を、 $x$  の値が  $a$  から  $b$  まで変化したときの  $f(x)$  の平均変化という。

1  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  のとする。  $x$  が 1 から 3 まで変化するときの  $f(x)$  の平均変化率を求めよ

極限

一般に、関数  $f(x)$  において、 $x$  が  $a$  と異なる値をとりながら  $a$  に限りなく近づくとき、 $f(x)$  の値が  $b$  に限りなく近づくことを、

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b \quad \text{または} \quad f(x) \rightarrow b \quad (x \rightarrow a)$$

と書き、 $b$  を、 $x$  が  $a$  に近づくときの  $f(x)$  の極限值という。

2 次の分数式を約分して、既約な分数式になおせ。

a)  $\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 2x - 8} =$

b)  $\frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - 9x} =$

c)  $\frac{x^3 - a^3}{x^2 - a^2} =$

3 次の分数式をなるべく簡単にせよ。

a)  $\frac{1}{x-a} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right) =$

b)  $\frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h} =$

4 次の極限を求めよ。

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x + 2)(3x - 1) =$

b)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$

c)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 2x - 8} =$

d)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - 9x} =$

e)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x^2 - a^2} =$

f)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a} =$

g)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^3 - a^3}{h} =$

h)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{a} \right) =$

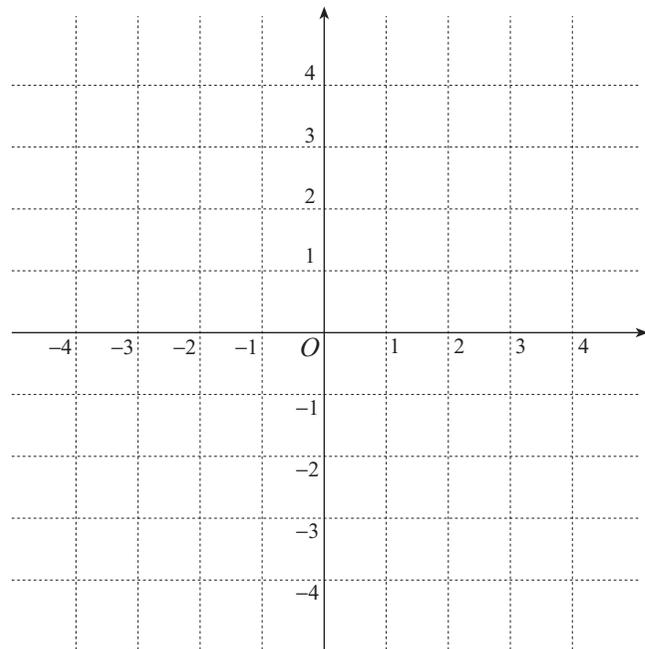
i)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h} =$

5 関数  $f(x) = \frac{x^3}{|x|}$  について以下の問いに答えよ.

a) 関数  $f(x)$  の定義域 (変数  $x$  のとりうる値の範囲) を求めよ.

b) 関数  $f(x)$  を, 絶対値記号を用いない, 場合分けによる形で表せ.

c)  $y = f(x)$  のグラフを描け.



d) グラフから  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{|x|}$  を求めよ.

### 微分係数

$a$  を定数とし, 変数  $x$  の値が  $a$  から  $a + h$  まで変わるとき関数  $f(x)$  の平均変化率

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{(a+h) - a} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

において,  $h$  を 0 に限りなく近づけると, 平均変化率がある決まった値に限りなく近づくならば, その極限値を, 関数  $f(x)$  の  $x = a$  における微分係数または瞬間変化率といい,  $f'(a)$  で表す. すなわち,

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

6  $f(x) = \frac{1}{2-3x}$  のとする.

a)  $x$  が 1 から 2 まで変化するときの  $f(x)$  の平均変化率を求めよ.

b)  $x = 1$  における  $f(x)$  の瞬間変化率 (= 微分係数)  $f'(1)$  を定義にしたがって求めよ.

c)  $y = f(x)$  のグラフの  $(1, -1)$  における接線の方程式を求めよ.