入学年度		学部	学 科		組		番 号			検	フリガナ	
		B		1							氏 名	

$\boxed{1}$ Z が標準正規分布 $N(0,1)$ に従う確率変数とするとき，正規分布表を用いて次の確率を求めよ．

a) $P(Z \leqq 1)$

正規分布表を用いると，$P(0 \leqq Z \leqq 1) = 0.34134$ が求まる．

$P(Z \leqq 1) = P(Z \leqq 0) + P(0 \leqq Z \leqq 1) = 0.5 - 0.34134 = 0.84134$

b) $P(Z > 0.5)$

$P(Z > 0.5) = P(Z \leqq 0) - P(0 \leqq Z \leqq 0.5) = 0.5 + 0.19146 = 0.30854$

c) $P(-2 \leqq Z \leqq -1)$

対称性により $P(-2 \leqq Z \leqq -1) = P(1 \leqq Z \leqq 2)$

$P(1 \leqq Z \leqq 2) = P(0 \leqq Z \leqq 2) - P(0 \leqq Z \leqq 1) = 0.47725 - 0.34134 = 0.13591$

$\boxed{2}$ Z が標準正規分布 $N(0,1)$ に従う確率変数とするとき，正規分布表を用いて $P(Z \geqq a) = 0.025$ が成り立つ a の値を求めよ．

$P(0 \leqq Z \leqq a) = 0.5 - P(Z \geqq a) = 0.5 - 0.025 = 0.475$ なので，正規分布表の中から 0.475 を探してみると，$u = 1.96$ に対して $p(u) = 0.47500$ となっていることがわかる．$\therefore a = 1.96$

$\boxed{3}$ Z が標準正規分布 $N(0,1)$ に従うとき，正規分布表を用い，$P\big(|Z| < a\big) = 0.95$ となる a の値を求めよ．

対称性より $1 - P(|Z| < a) = P(Z \leqq -a) + P(Z \geqq a) = 2P(Z \geqq)$ なので，

$P(|Z| < a) = 0.95 \Leftrightarrow P(Z \geqq a) = 1 - 0.95 = 0.025$．よって，問題 $\boxed{2}$ より $a = 1.96$

$\boxed{4}$ X が正規分布 $N(1, 2^2)$ に従うとき，次の確率を求めよ．

a) $P(X \geqq 2)$

$Z = \dfrac{X-1}{2}$ とおくと，Z は標準正規分布 $N(0, 1^2)$ に従う．

$X \geqq 2 \Leftrightarrow Z \geqq \dfrac{2-1}{2} = 0.5$ より，$P(X \geqq 2) = P(Z \geqq 0.5) = 0.5 - 0.19146 = 0.30854$

b) $P(2 \leqq X \leqq 3)$

同様に，$P(2 \leqq X \leqq 3) = P\left(\frac{2-1}{2} \leqq Z \leqq \frac{3-1}{2}\right) = P(0.5 \leqq Z \leqq 1.0)$

$= 0.34134 - 0.19146 = 0.14988$

c) $P(-2 \leqq X \leqq 2)$

$P(-2 \leqq X \leqq 2) = P\left(\frac{-2-1}{2} \leqq Z \leqq \frac{2-1}{2}\right) = P(-1.5 \leqq Z \leqq 0.5)$

$= P(Z \leqq 1.5) + P(Z \leqq 0.5) = 0.43319 + 0.19146 = 0.62465$

5 確率変数 X の分布が正規分布 $N(50, 10^2)$ であるとき，正規分布表を用いて, 次の値を求めよ.

a) $P(X \geqq 65)$

$Z = \dfrac{X-50}{10}$ とおくと Z は標準正規分布に従う.（以下の問でも同様.）

$X \geqq 65 \Leftrightarrow Z \geqq \dfrac{65-50}{10} = 1.5$ より，$P(X \geqq 65) = P(Z \geqq 1.5) = 0.5 - 0.43319 = 0.06680$

b) $P(X \geqq 50 + a) = 0.01$ を満たす a

$X \geqq 50 + a \Leftrightarrow Z \geqq \frac{a}{10}$ だから,

$P(X \geqq 50 + a) = 0.01 \Leftrightarrow P(Z \geqq \frac{a}{10}) = 0.01 \Leftrightarrow P(Z \leqq \frac{a}{10}) = 0.5 - 0.01 = 0.490$

そこで，$P(Z \leqq u) = 0.490$ を満たす u を正規分布表を用いて求めると，$u = 2.33$ が一番近い値になる.

（補完法を用いて $u = 2.326$ とすることもできるが，ここでは $u = 2.33$ で十分）

$\therefore a = 10 \times 2.33 = 23.3$

c) $P(50 - b \leqq X \leqq 50 + b) = 0.99$ を満たす b

$50 - b \leqq X \leqq 50 + b \Leftrightarrow |X - 50| \leqq b \Leftrightarrow \left|\dfrac{X-50}{10}\right| \leqq \frac{b}{10} \Leftrightarrow |Z| \leqq \frac{b}{10}$

対称性により，$P\left(|Z| \leqq \frac{b}{10}\right) = 2P\left(0 \leqq Z \leqq \frac{b}{10}\right)$ だから,

$P\left(0 \leqq Z \leqq \frac{b}{10}\right) = \frac{0.99}{2} = 0.495$ となる b を見つければよい.

正規分布表を用いると，$\frac{b}{10} = 2.58$ が最も近い値になる.

$\therefore b = 25.8$

6 ある工場で生産されるチョコレートの重量は平均 209g，標準偏差 3g の正規分布に従うとみなせるという．重量が 200g 未満のものが生産される確率を求めよ.

$X \sim N(209, 3^2)$ であるとき，$P(X < 200)$ を求めればよい.

このとき，$Z = \dfrac{X-209}{3} \sim N(0, 1^2)$ であり，$X < 200 \Leftrightarrow Z < \dfrac{200-209}{3} = -3$ だから,

$P(X < 200) = P(Z < -3) = P(Z > 3) = 0.5 - 0.49865 = 0.00135$

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)