

基礎数学 A2	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名	
金曜2限 担当: 鍾田政人								

- 筆記用具以外の持ち込みは不可。
- 最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に加えること。これがない場合、大幅な減点をすることもある。

[1] $f(x) = \frac{-2x - 5}{x + 1}$ とする。

a) $f(x)$ の定義域を述べよ。

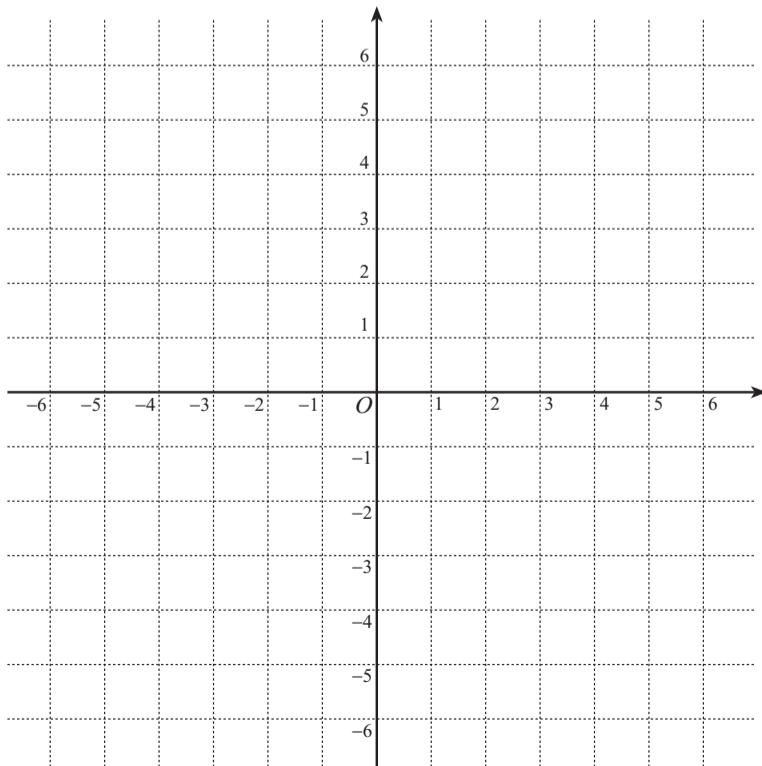
b) $f(x)$ を $a + \frac{b}{x+1}$ の形に表せ。

c) x が 2 から $2+h$ まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求め、なるべく簡単な形で表せ。[ヒント: 前問の形に直してから計算するとよい。]

d) $f(x)$ の $x = 2$ における微分係数を極限による定義を用いて直接計算せよ。

e) $y = f(x)$ のグラフの $(2, f(2))$ における接線の方程式を求めよ。

f) $y = f(x)$ のグラフ、e) で求めた接線、および直線 $y = -\frac{1}{2}x - 2$ を下の座標平面内に描け。



g) 次の連立方程式の解を求めよ。

$$\begin{cases} y = \frac{-2x - 5}{x + 1} \\ y = -\frac{1}{2}x - 2 \end{cases}$$

h) グラフを利用して不等式 $\frac{-2x - 5}{x + 1} \leq -\frac{1}{2}x - 2$ を解け。

i) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ。

j) $y = f(x)$ および $y = f^{-1}(x)$ の定義域・値域を述べよ。

$$y = f(x)$$

$$\begin{cases} \text{定義域:} \\ \text{値域:} \end{cases}$$

$$y = f^{-1}(x)$$

$$\begin{cases} \text{定義域:} \\ \text{値域:} \end{cases}$$

[2] m, n が整数であるとき $(x^m)' = mx^{m-1}$, $(x^{\frac{1}{n}})' = \frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}$ であることはすでに証明されているとする。このとき、合成関数の微分公式を用い、 $a = \frac{m}{n}$ のときにも $(x^a)' = ax^{a-1}$ が成り立つことを証明せよ。

【3】 $f(x) = \sqrt{-2x + 6}$ とする。以下の問いに答えよ。

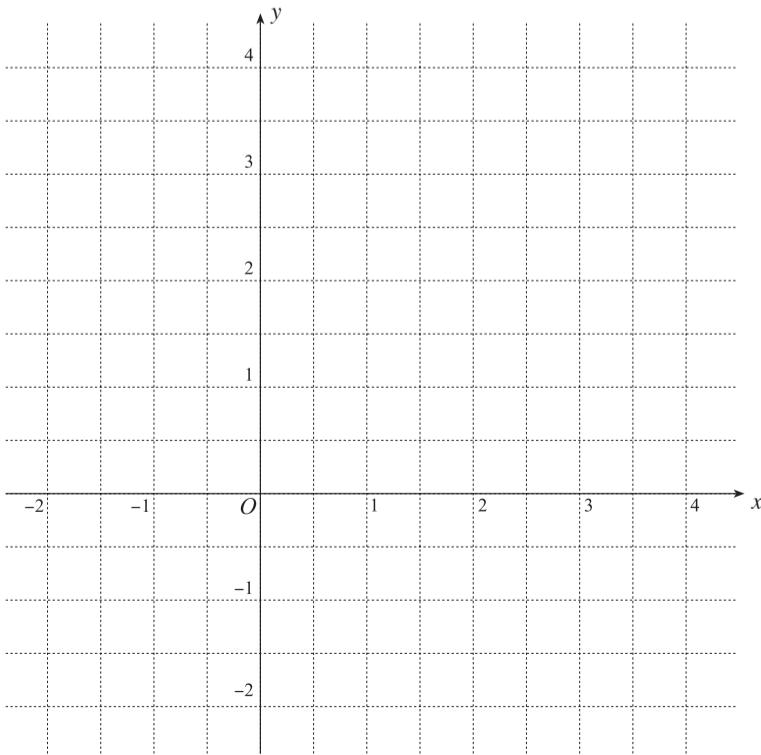
a) 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ。

b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求め、その定義域と値域を述べよ。

c) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。(定義に戻る必要はない。)

d) $y = f(x)$ のグラフの $(\frac{5}{2}, f(\frac{5}{2}))$ における接線の方程式を求めよ。

e) $y = f(x)$ のグラフ、 $(\frac{5}{2}, f(\frac{5}{2}))$ における接線、および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフの 3 つを右上の座標平面内に描け。



【4】 $f(x) = \frac{1}{x} + \log x$ とする。

a) 関数 $y = f(x)$ の定義域を求めよ。

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ。(定義に戻る必要はない。)

c) $f'(x) = 0$ となる x の値を求めよ。

d) $f'(x) > 0$ となる x の値の範囲を求めよ。

e) $f(x)$ の増減表を完成させよ。

x	
$f'(x)$	
$f(x)$	

f) $f(x)$ が定義される範囲内の最大値・最小値があればそれを求めよ。

【5】 次の各々の関数の導関数を求めよ。

a) $f(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x} \right)^3$

b) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$

c) $f(x) = \sqrt[3]{1 - x^2}$

基礎数学 A2	入学年度	学部	学科	組	番号	検	氏名	
金曜2限 担当: 鍾田政人								

6) $f(x) = (x^2 - 2)e^{-x}$ とする.

a) $f(x)$ の定義域を述べよ.

b) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めよ.

c) $f'(x) = 0$ となる x と, $f'(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

d) $f(x)$ の2次導関数 $f''(x)$ を求めよ.

e) $f''(x) = 0$ となる x と, $f''(x) > 0$ となる x の範囲を求めよ.

f) $f(x)$ の増減表を完成させよ. (増減だけでなくグラフの凹凸も調べ,
曲がった矢印 ↗ ↘ ↙ ↖ で表すこと.)

x	
$f'(x)$	
$f''(x)$	
$f(x)$	

—以上—

g) $f(x)$ が極大・極小となる x の値があればそれを求めよ.

h) $y = f(x)$ のグラフの変曲点の x 座標を求めよ.

7) 自然対数の底 e は $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$ をみたす数であった. ここで,
 $f(x) = e^x$ とおくとき, 極限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ を求めよ.

【解答用紙が足らなければこの部分も使用して下さい】