2 無理関数とそのグラフ

2026年度後期　基礎数学 A2（金曜 2 限）

入学年度		学部	学	科	組		番	号		検	フリガナ	
		B		1							氏 名	

1 次の無理関数の定義域を求めよ.

a) $y = \sqrt{3x+2}$

根号内 $\geqq 0$ より，$x \geqq -\frac{2}{3}$

b) $y = -\sqrt{-2x+3}$

同様に $x \leqq \frac{3}{2}$

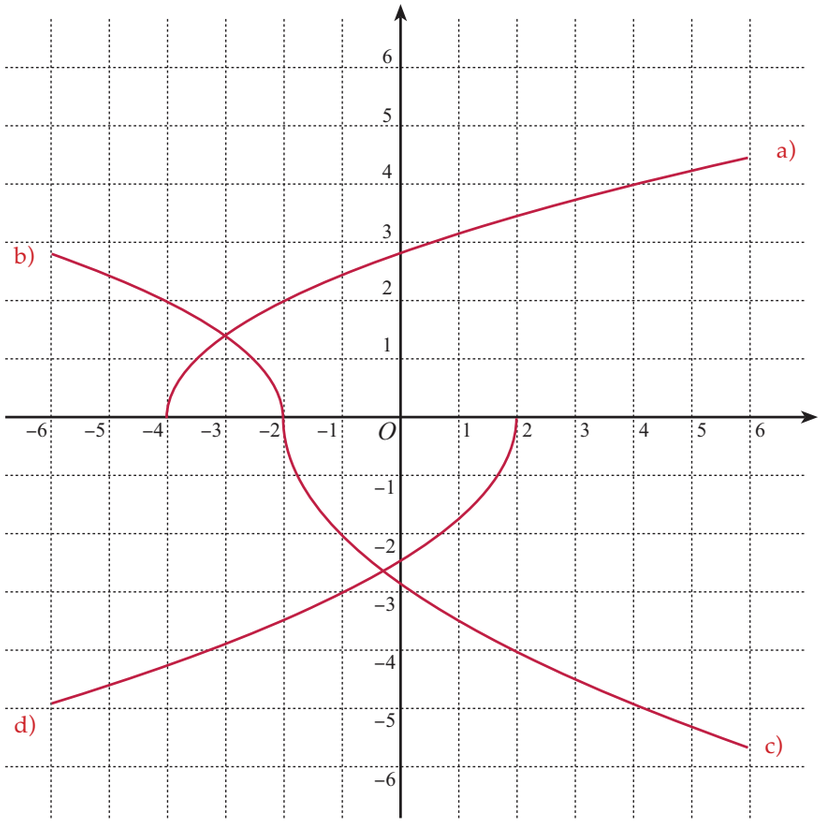
2 次の関数のグラフの概形を描け.

a) $f(x) = \sqrt{2x+8}$

b) $f(x) = \sqrt{-2x-4}$

c) $f(x) = -\sqrt{4x+8}$

d) $f(x) = -\sqrt{-3x+6}$



3 a) 関数 $y = \sqrt{2x+6}$ のグラフと直線 $y = x - 1$ の交点を求めよ.

連立方程式 $\begin{cases} y = \sqrt{2x+6} & \cdots ① \\ y = x - 1 & \cdots ② \end{cases}$ を解く.

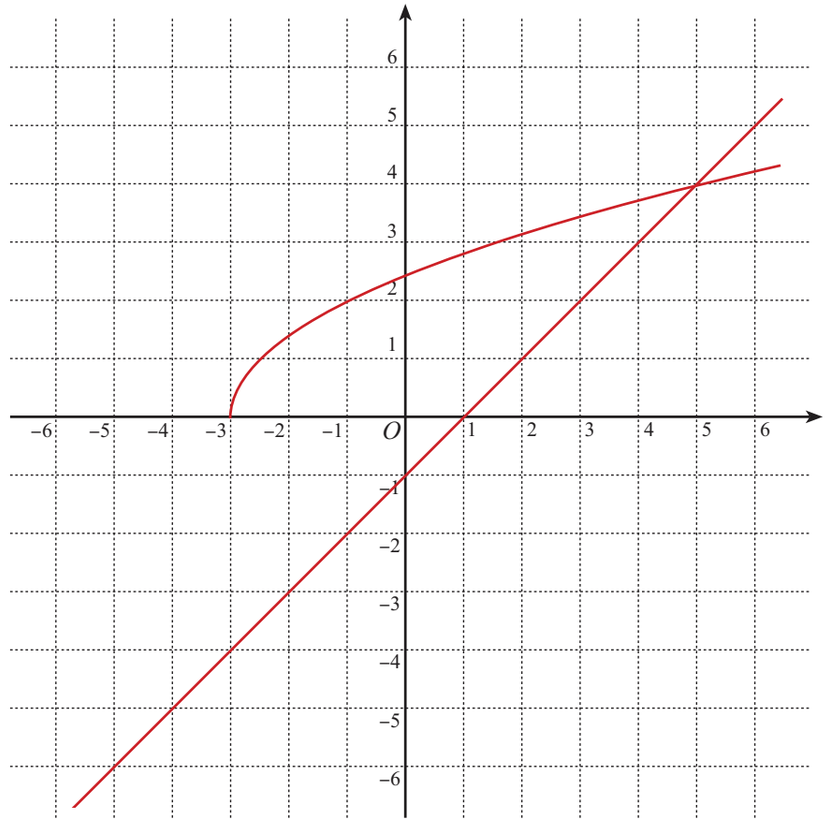
① を 2 乗して $y^2 = 2x + 6$. これに ② を代入して $(x-1)^2 = 2x + 6$.

これより，$x^2 - 4x - 5 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-5) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ または $x = 5$.

① より $y \geqq 0$ でなければならないが，$x = -1$ のときは ② より $y = -2$ となり，不可.

$x = 5$ のときは $y = 4$ なので，唯一の交点は $(x, y) = (5, 4)$.

b) 関数 $y = \sqrt{2x+6}$ のグラフと直線 $y = x - 1$ を描け.



c) グラフを利用して，不等式 $\sqrt{2x+6} > x - 1$ を解け.

$y = \sqrt{2x+6}$ のグラフが直線 $y = x - 1$ より上にある x の範囲を求めればよい.

この範囲は，上のグラフより $-3 \leqq x < 5$ であるから，これが不等式の解.

【裏に続く】

4 $f(x) = -\sqrt{-2x+6}$ のとする.

a) x が 1 から 3 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1} = \frac{0-2}{2} = -1.$$

b) $x = 1$ における $f(x)$ の瞬間変化率（微分係数）を定義に従って求めよ.

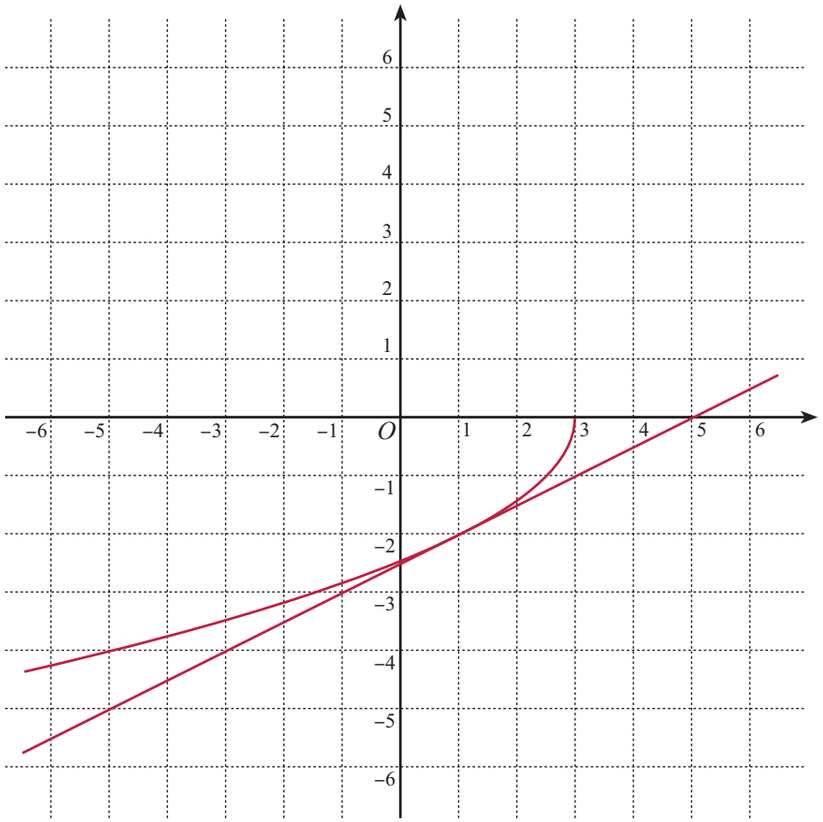
$$\begin{aligned} f'(1) &= \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{(1+h)-1} = \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{-2(1+h)+6}-2}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{\sqrt{-2h+4}-2}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(\sqrt{-2h+4}-2)(\sqrt{-2h+4}+2)}{h(\sqrt{-2h+4}+2)} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{(-2h+4)-2^2}{h(\sqrt{-2h+4}+2)} = \lim_{h\to 0} \frac{-2\cancel{h}}{\cancel{h}(\sqrt{-2h+4}+2)} \\ &= \frac{-2}{(\sqrt{4}+2)} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

c) $y = f(x)$ のグラフの $(1,-2)$ における接線の方程式を求めよ.

$(1,-2)$ における接線は $(1,-2)$ を通り，傾き $f'(1) = -\frac{1}{2}$ の直線だから，その方程式は

$y-(-2) = -\frac{1}{2}(x-1) \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x - \frac{5}{2}$

d) $y = f(x)$ のグラフと $(1,-2)$ における接線を描け.



担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)