1 ❦ 関数の極限と微分係数

入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ	
	B	1				氏 名	

平均変化率

関数 $y = f(x)$ において，x の値が a から b まで変わるとき，y の値は $f(b) - f(a)$ だけ変化する．このとき，x の値の変化に対する y の値の変化の割合

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

を，x の値が a から b まで変化したときの $f(x)$ の**平均変化率という**

$\boxed{1}$ $f(x) = x^3 - 3x + 1$ のとする.

a)　x が 1 から 3 まで変化するときの $f(x)$ の変化量を求めよ.

b)　x が 1 から 3 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.

極限

一般に，関数 $f(x)$ において，x が a と異なる値をとりながら a に限りなく近づくとき，$f(x)$ の値が b に限りなく近づくことを，

$$\lim_{x\to a} f(x) = b \quad \text{または} \quad f(x) \to b \ \ (x \to a)$$

と書き，b を，x が a に近づくときの $f(x)$ の**極限値**という.

$\boxed{2}$ 次の分数式を約分して、既約な分数式になおせ.

a)　$\dfrac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 2x - 8} =$

b)　$\dfrac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - 9x} =$

c)　$\dfrac{x^3 - a^3}{x - a} =$

d)　$\dfrac{x^3 - a^3}{x^2 - a^2} =$

$\boxed{3}$ 次の分数式をなるべく簡単にせよ.

$$\frac{\dfrac{1}{a+h} - \dfrac{1}{a}}{h} =$$

$\boxed{4}$ 次の極限を求めよ.

a)　$\displaystyle\lim_{x\to 2} (x^2 - x + 2)(3x - 1) =$

b)　$\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{x^2 - 1}{x + 1} =$

c)　$\displaystyle\lim_{x\to -2} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 2x - 8} =$

d)　$\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{x^3 + x^2 - 6x}{x^3 - 9x} =$

e)　$\displaystyle\lim_{x\to a} \frac{x^3 - a^3}{x - a} =$

f)　$\displaystyle\lim_{x\to a} \frac{x^3 - a^3}{x^2 - a^2} =$

g)　$\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{(a+h)^3 - a^3}{h} =$

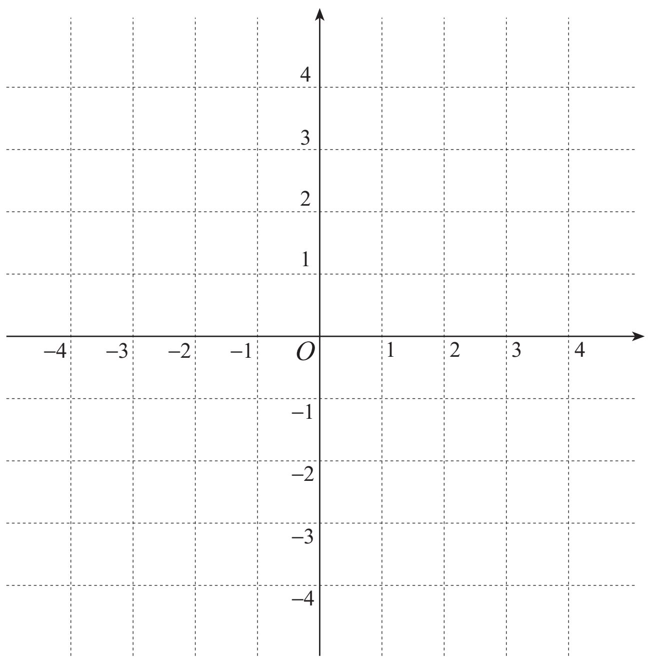
h)　$\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{\dfrac{1}{a+h} - \dfrac{1}{a}}{h} =$

$\boxed{5}$ 関数 $f(x)=\dfrac{x^3}{|x|}$ について以下の問いに答えよ.

a) 関数 $f(x)$ の定義域を示せ.

b) 関数 $f(x)$ を，絶対値記号を用いない，場合分けによる形で表せ.

c) $y=f(x)$ のグラフを描け.



d) グラフから $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^3}{|x|}$ を求めよ.

微分係数

x の値が a から $a+h$ まで変わるときの関数 $f(x)$ の平均変化率

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{(a+h)-a}=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

において，h を 0 に限りなく近づけるとき，平均変化率がある決まった値に限りなく近づくならば，その極限値を，関数 $f(x)$ の $x=a$ における**微分係数**または**瞬間変化率**といい，$f'(a)$ で表す.

$\boxed{6}$ $f(x)=x^3-3x+1$ のとする．$x=2$ における $f(x)$ の瞬間変化率（= 微分係数）$f'(2)$ を定義にしたがって求めよ.

$\boxed{7}$ 関数 $f(x)=(2x-3)^2$ について，以下の問いに答えよ.

a) x が a から $a+h$ まで変化したときの平均変化率を求め，できるだけ簡単にせよ.

b) $f(x)$ の $x=a$ における微分係数 $f'(a)$ を極限を用いた定義を直接用いて求めよ.

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)