

基礎数学 A1 中間試験	入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	氏 名	
金曜 2 限 担当: 鉄田 政人								

● 最終的な答えだけを書くのではなく、途中の計算や説明も簡潔に書くこと。そうでない場合は大きく減点する。

1 次の各式を展開せよ。

a) $(3x - 2y)(9x^2 - 6xy - 4y^2) = 27x^3 - 36x^2y + 8y^3$

b) $(x^2 - 2x + 3)(x^2 + 2x + 3) = x^4 + 2x^2 + 9$

2 次の各式を因数分解せよ。

a) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{6}x - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}(3x + 1)(x - 2) = \left(x + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}x - 1\right)$

b) $6a^2 - 11ab - 2b^2 = (6a + b)(a - 2b)$

c) $2x^3 + 54y^3 = 2(x + 3y)(x^2 - 3xy + 9y^2)$

3 $P(x) = x^4 - 16$, $Q(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$ とする。

a) $P(x)$ を因数分解せよ。

$P(x) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$

b) $Q(-2)$ を求めよ。

$Q(-2) = 0$

c) $Q(x)$ を因数分解せよ。

$Q(x) = (x - 2)(x + 2)^2$

d) $P(x)$ と $Q(x)$ の最大公約数、および最小公倍数を求めよ。

[答えは因数分解された形で示せ.]

最大公約数 = $(x + 2)(x - 2)$

最小公倍数 = $(x - 2)(x + 2)^2(x^2 + 4)$

4 a) 次の除法を行い、商と余りを求めよ。

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 2x - 1 \overline{) x^4 + x^3 - x - 1} \end{array}$$

商 = $\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{5}{4}$ 余り = $\frac{5}{2}x + \frac{1}{4}$

5 次の分数式を、整式と、分子が分母より低次の分数式との和の形に表せ。

$$\frac{x^3 - x^2 - 3x + 1}{x - 2} = x^2 + x - 1 + \frac{-1}{x - 2}$$

6 次の分数式をなるべく簡単にせよ。

a) $\frac{12ab}{\frac{3b^2}{ac}} = \frac{4a^2c}{b}$

b) $\frac{3a^2}{6a^2 - 2a} = \frac{3a}{6a - 2} \left(= \frac{3a}{2(3a - 1)} \right)$

c) $\frac{6x^2 - 3xy}{3x^2} = \frac{2x - y}{x} \left(= 2 - \frac{y}{x} \right)$

d) $\frac{(a^2b)^3}{6c^2} \div \left(\frac{ab}{2c} \right)^2 = \frac{2a^4b}{3}$

e)
$$\begin{aligned} \frac{a^2 - b^2}{a^2b - ab^2} \div \frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^3 + a^2b + ab^2} \times \frac{a^2b + ab^2}{a^3 - b^3} \\ = \frac{\cancel{a} \cancel{b} (a + b)}{\cancel{a} \cancel{b} (a - b)} \cdot \frac{\cancel{a} (a^2 + ab + b^2)}{(a + b)^2} \cdot \frac{\cancel{a} \cancel{b} (a + b)}{(a - b) \cancel{(a^2 + ab + b^2)}} \\ = \frac{a}{a - b} \end{aligned}$$

f)
$$\begin{aligned} \frac{18y^2}{x^2 - 9y^2} - \frac{x}{x + 3y} + 1 \\ = \frac{18y^2 - x(x - 3y) + (x^2 - 9y^2)}{(x - 3y)(x + 3y)} \\ = \frac{18y^2 - x^2 + 3xy + x^2 - 9y^2}{(x - 3y)(x + 3y)} \\ = \frac{3xy + 9y^2}{(x - 3y)(x + 3y)} \\ = \frac{3y \cancel{(x + 3y)}}{(x - 3y) \cancel{(x + 3y)}} = \frac{3y}{x - 3y} \end{aligned}$$

g)
$$\begin{aligned} \frac{x - 2y}{2x^2 + xy - y^2} + \frac{3x - 2y}{2x^2 - 3xy + y^2} \\ = \frac{x - 2y}{(2x - y)(x + y)} + \frac{3x - 2y}{(2x - y)(x - y)} \\ = \frac{(x - 2y)(x - y) + (3x - 2y)(x + y)}{(2x - y)(x - y)(x + y)} \\ = \frac{4x^2 - 2xy}{(2x - y)(x - y)(x + y)} \\ = \frac{2x \cancel{(2x - y)}}{\cancel{(2x - y)}(x - y)(x + y)} \\ = \frac{2x}{(x - y)(x + y)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{h)} \quad 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{x+1}{x}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}} \\ &= 1 + \frac{1}{\frac{x+1+x}{x+1}} = 1 + \frac{1}{\frac{2x+1}{x+1}} = 1 + \frac{x+1}{2x+1} \\ &= \frac{2x+1+x+1}{2x+1} = \frac{3x+2}{2x+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \frac{\frac{1}{x-h} - \frac{1}{x}}{h} &= \frac{\frac{x-(x-h)}{x(x-h)}}{h} \\ &= \frac{h}{x(x-h)} \cdot \frac{1}{h} = \frac{\cancel{h}}{x(x-h)} \cdot \frac{1}{\cancel{h}} \\ &= \frac{1}{x(x-h)} \end{aligned}$$

[7] 次の式を [] 内の文字について解け.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad X &= 47 + 0.3(X - 2(5 + 0.3X)) \quad [X] \\ X &= 47 + 0.3(X - 10 - 0.6X) \\ \Leftrightarrow X &= 47 + 0.3(0.4X - 10) \\ \Leftrightarrow X &= 47 + 0.12X - 3 \\ \Leftrightarrow 0.88X &= 44 \Leftrightarrow X = 50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \frac{3x+2}{4x-1} &= y \quad [x] \\ y &= \frac{3x+2}{4x-1} \Leftrightarrow (4x-1)y = 3x+2 \\ \Leftrightarrow 4xy - 3x &= y+2 \\ \Leftrightarrow (4y-3)x &= y+2 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{y+2}{4y-3} \end{aligned}$$

[8] 次の不等式を解け. またその解を数直線上に表せ.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{2-3x}{6} &\leq \frac{2x-1}{3} < \frac{-x+3}{2} \\ \frac{2-3x}{6} &\leq \frac{2x-1}{3} \Leftrightarrow 2-3x \leq 2(2x-1) \\ \Leftrightarrow -3x-4x &\leq -2-2 \Leftrightarrow -7x \leq -4 \\ \Leftrightarrow x &\geq \frac{4}{7} \quad \dots \textcircled{1} \\ \frac{2x-1}{3} &< \frac{-x+3}{2} \Leftrightarrow 2(2x-1) < 3(-x+3) \\ \Leftrightarrow 4x-2 &< -3x+9 \\ \Leftrightarrow 7x &< 11 \\ \Leftrightarrow x &< \frac{11}{7} \quad \dots \textcircled{2} \\ \textcircled{1} \text{ かつ } \textcircled{2} \text{ より } \frac{4}{7} &\leq x < \frac{11}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad |2x-3| &\geq 4 \\ |2x-3| > 4 \text{ の両辺を } 2 \text{ で割ると, } \left|x - \frac{3}{2}\right| &\geq 2 \\ \left|x - \frac{3}{2}\right| &\geq 2 \\ \Leftrightarrow x - \frac{3}{2} &\leq -2 \text{ または } x - \frac{3}{2} \geq 2 \\ \Leftrightarrow x &\leq -\frac{1}{2} \text{ または } x \geq \frac{7}{2} \end{aligned}$$

[9] メジャーリーグの野球中継では、ピッチャーの球速は「時速 93.3 マイル」というように、マイルを単位とし、小数点第 1 位まで表示される. あるピッチャーの投げた球の球速が時速 156km であったとき、メジャーリーグの表示は小数第 2 位を四捨五入して表示されると仮定かすると、どのように表示されるか. 1 マイル = 1.609 km を用いて計算せよ.

時速 156km をマイルに換算すると時速 $156 \div 1.609$ マイル.

$$156 \div 1.609 = 96.9546 \dots$$

だから小数第 2 位を四捨五入し時速 97.0 マイル

[10] 華氏 (°F) と摂氏 (°C) との間には $C = \frac{5}{9}(F - 32)$ という関係がある. ある日、ニューヨークの最高気温が 90°F になるという予報が出た. この日は、日本という「真夏日」(日中の最高気温が 30°C 以上の日) になると予想されるか.

$$\frac{9}{5}C + 32 \geq 90 \text{ より, } F \geq \frac{5}{9} \times (90 - 32) = 32.222 \dots$$

したがって、この日のニューヨークは真夏日になる予想である.

[11] あるアウトレットストアでは「Buy 2 Get 1 Free!」(同じ商品を 2 点を購入すると 3 点目が無料になる) というセールを行っていた. さらに、そのストアのメンバーズカードを提示すると、値引きされた価格から 10%OFF となる特典が与えられる. この期間中にこの店である商品を 3 点を購入したとき、最終的な値引き価格はもとの価格から何 %OFF になるのか?

この商品の値段を x 円とする. この商品を 3 点購入すると定価では $3x$ 円払うはずである. それが「Buy 2 Get 1 Free!」セールにより、 $2x$ 円に割引される. さらに、メンバーズカードを提示すると支払う金額は $2x \times (1 - 0.1) = 1.8x$ 円となる. したがって、割引率は

$$1 - \frac{1.8x}{3x} = 1 - 0.6 = 0.4$$

すなわちトータルで 40%OFF になった.

[12] a) 次の式を計算せよ.

$$4A - 3(B - 2(C - (B - A))) = 10A - 9B + 6C$$

b) $A = 2x^2 - x + 3$, $B = 3x^2 + x + 2$, $C = 2x^2 + 3x - 1$ とするとき、次の式を計算せよ.

$$4A - 3(B - 2(C - (B - A))) = 5x^2 - x + 6$$