

入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ	
		B	1			氏 名	

1 次の放物線の頂点を求め、下の座標平面にこれらの放物線をできるだけ丁寧に描け。(とくに頂点, x 軸との交点などに注意して描け.)

a) $y = x^2 + 6x + 5$

$$y = (x + 3)^2 - 4$$

頂点 : (-3 , -4)

b) $y = 2x^2 - 8x + 9$

$$y = 2(x - 2)^2 + 1$$

頂点 : (2 , 1)

c) $y = -x^2 + 5x - 6$

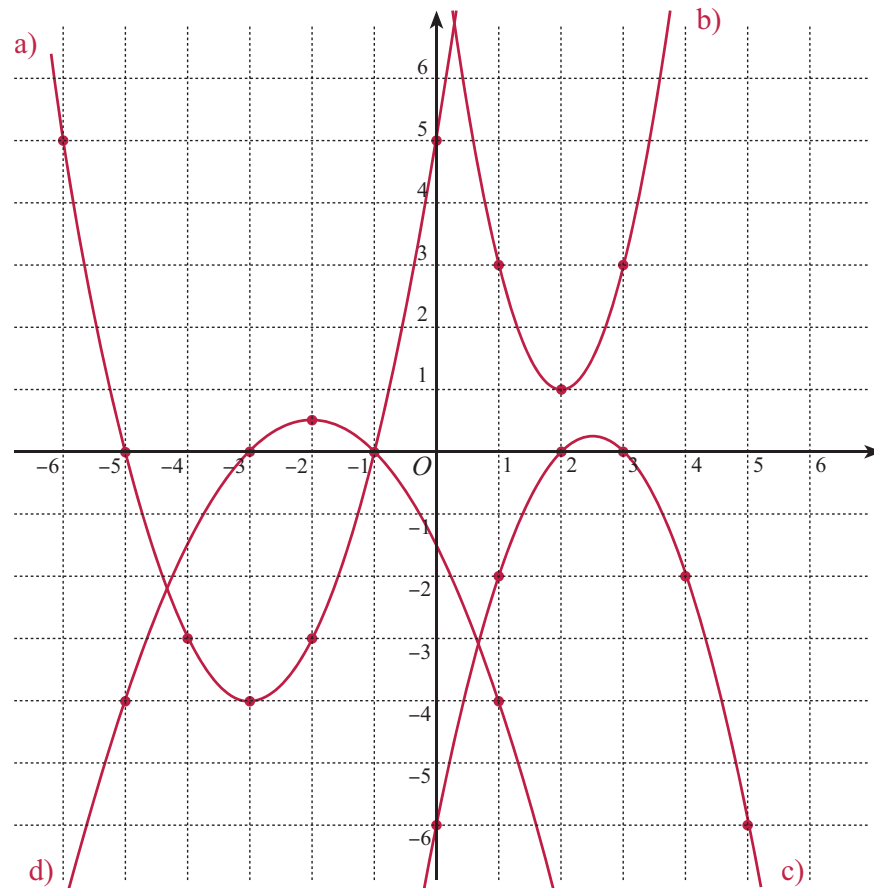
$$y = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{4}$$

頂点 : ($\frac{5}{2}$, $\frac{1}{4}$)

d) $y = -\frac{3}{2} - 2x - \frac{1}{2}x^2$

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 3) \\ &= -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

頂点 : (-2 , $\frac{1}{2}$)



2 次の関数について, () 内に示した定義域における最大値と最小値を求めよ. また, そのときの x の値を求めよ.

a) $y = 3 - x^2$ ($-2 \leq x \leq 1$)

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -2 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \\ \hline y & -1 & \nearrow & 3 & \searrow & 2 \end{array}$$

最大値 : 3 ($x = 0$),

最小値 : -1 ($x = -2$),

b) $y = -x^2 + 4x$ ($-1 \leq x \leq 4$)

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -1 & \cdots & 2 & \cdots & 4 \\ \hline y & -5 & \nearrow & 4 & \searrow & 0 \end{array}$$

最大値 : 4 ($x = 2$),

最小値 : -5 ($x = -1$),

3 長さ 40cm の針金を 2 つに切り, 2 本の針金をそれぞれ折り曲げて, 正方形を 2 つ作る. それらの正方形の面積の和を最小にするには, 針金をどのように切ればよいか. また, 面積の和の最小値を求めよ.

針金を 2 つに切った片方を $4x$ cm とする. もう片方は $(40 - 4x)$ cm となり, それぞれ 1 辺が x cm と $(10 - x)$ cm の正方形ができる. このとき,

$$\begin{aligned} (\text{面積の和}) &= x^2 + (10 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 20x + 100 \\ &= 2(x - 5)^2 + 50 \end{aligned}$$

したがって, 面積の和は $x = 5$ cm のとき最小になり, 最小値は 50 cm である. このとき, もう片方は $10 - x = 5$ cm だから, 同じ長さになる.

(答) 針金を 20 cm ずつ半分に分けたとき面積の和は最小で, 最小値は 50 cm

4 1 個の原価 80 円の商品を, 1 個につき 100 円で売ると, 毎日 800 個の売り上げがあり, もし値上げをすれば, 単価 1 円の値上げにつき, 10 個の割合で, 売り上げが減少すると考えられるという. 利益を最大にするには, 売価をいくらにすればよいか.

売価を x 円値上げしたとする. このとき, 売り上げは $(800 - 10x)$ 個に減少する. また, 1 個あたりの利益は $(100 + x - 80) = (20 + x)$ 円だから,

$$\begin{aligned} (\text{利益}) &= (20 + x)(800 - 10x) \\ &= 10(20 + x)(80 - x) \\ &= -10(x^2 - 60x - 1600) \\ &= -10(x - 30)^2 + 2500 \end{aligned}$$

したがって, 30 円値上げしたとき, 利益は最大になる.

(答) 売価が 130 円の時利益は最大になる.

5 次の方程式を複素数の範囲で解け.

a) $2x^2 + 7x + 3 = 0$

$$(2x+1)(x+3)=0$$
$$x=-\frac{1}{2}, -3$$

b) $4x^2 - 12x + 9 = 0$

$$(2x+3)^2=0$$
$$x=-\frac{3}{2} \text{ (重解)}$$

c) $x^2 + 3x - 2 = 0$

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9+8}}{2}$$
$$=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$$

d) $3x^2 - 5x - 2 = 0$

$$(3x+1)(x-2)=0$$
$$x=-\frac{1}{3}, 2$$

e) $x^2 - 2x + 5 = 0$

$$x=1\pm\sqrt{1-5}$$
$$=1\pm 2i$$

f) $\frac{x^2}{3} + \frac{x}{2} - \frac{1}{4} = 0$

$$4x^2+6x-3=0$$
$$x=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{2}$$

6 2 次方程式 $x^2 + mx - m + 3 = 0$ が重解をもつとき、定数 m の値を求めよ. また、そのときの重解を求めよ.

2 次方程式が重解を持つ $\Leftrightarrow$ 判別式 $D = 0$

$$D = m^2 - 4(-m + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 + 4m - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow (m-2)(m+6) = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 2, -6$$

1) $m = 2$ のとき, $x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 0$ より, 重解は $x = -1$

2) $m = -6$ のとき, $x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0$ より, 重解は $x = 3$

7 横が縦よりも 5cm 短い長方形のボール紙がある. その四隅から一辺が 3cm の正方形を切りとり, 残りの四方を折り曲げて, ふたのない箱をつくると, 容積が 108cm^3 になるという. このボール紙の縦と横の長さを求めよ.

横の長さを x cm とすると, 縦の長さは $x + 5$ cm

このとき, 箱の容積は $(x-6)(x+5-6) \cdot 3 = 3(x-6)(x-1)\text{cm}^2$.

これが, 108cm^2 に等しいことから, $3(x-6)(x-1) = 108$ を解けばよい.

$$3(x-6)(x-1) = 108 \Leftrightarrow (x-6)(x-1) = 36 \Leftrightarrow x^2 - 7x - 30 = 0 \Leftrightarrow (x-10)(x+3) = 0$$

ここで, $x > 0$ だから, $x = -3$ は不可なので, $x = 10$.

このとき, 縦の長さは 15 cm.

(答) 縦 15 cm, 横 10 cm

8 次の不等式を解け. またその解を数直線上に表せ.

a) $x^2 + 4x - 12 < 0$

$$(x-2)(x+6) < 0$$
$$-6 < x < 2$$

b) $2x^2 + x - 6 \geq 0$

$$(2x-3)(x+2) \geq 0$$
$$x \leq -2, x \geq \frac{3}{2}$$

c) $2x^2 - x \leq 0$

$$x(2x-1) \leq 0$$
$$0 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

d) $6x^2 + 10x - 4 > 0$

$$3x^2 + 5x - 2 > 0$$
$$(3x-1)(x+2) > 0$$
$$x < -2, x > \frac{1}{3}$$

e) $x(x-8) > 12x-100$

$$x^2 - 20x + 100 > 0$$
$$(x-10)^2 > 0$$
$$x < 10, x > 10,$$

すなわち $x \neq 10$.

f) $x^2 - x + 1 \leq 5x - 8$

$$x^2 - 6x + 9 \leq 0$$
$$(x-3)^2 \leq 0$$
$$3 \leq x \leq 3,$$

すなわち $x = 3$.

9 周囲の長さ 20cm の長方形の面積が 15cm^2 以上, 20cm^2 未満となるようにするには, 長方形の長い方の辺の長さをどのようにすればよいか.

[ヒント: 長い方の辺の長さを x とすると, 短い方の辺の長さは $10-x$. このとき x の方が $10-x$ よりも大きいという条件も考慮しなければならない.]

長い方の辺の長さを x cm とする. このとき, 短い方の辺は $(10-x)$ cm.

長い方の辺が本当に短い方の辺より長くなるためには, $x > 10-x \Leftrightarrow x > 5 \cdots \textcircled{1}$ が必要.

長方形の面積は $x(10-x)\text{cm}^2$ だから, これが, 15cm^2 以上 20cm^2 になる条件は

$$15 \leq x(10-x) < 20$$

左側の不等式は, $15 \leq x(10-x) \Leftrightarrow x^2 - 10x + 15 \leq 0$. ここで,

$$x^2 - 10x + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 5 \pm \sqrt{10}$$

だから,

$$x^2 - 10x + 15 \leq 0 \Leftrightarrow 5 - \sqrt{10} \leq x \leq 5 + \sqrt{10} \quad \cdots \textcircled{2}$$

同様に, 右側の不等式 $\leq x(10-x) < 20 \Leftrightarrow x^2 - 10x + 20 > 0$ より,

$$x^2 - 10x + 20 > 0 \Leftrightarrow x < 5 - \sqrt{5}, \text{または } x > 5 + \sqrt{5} \quad \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③を合わせて, $5 + \sqrt{5} < x \leq 5 + \sqrt{10}$.

(答) $5 + \sqrt{5} < x \leq 5 + \sqrt{10}$