

入学年度	学部	学 科	組	番 号	検	フリガナ	
	B	1				氏 名	

[1] 次の計算をせよ.

a) $\frac{5x^2}{10x^3} = \frac{1}{2x}$

b) $\frac{8xy^3}{12x^2y^2} = \frac{2y}{3x}$

c) $\frac{1}{x} \times \frac{x^2}{y} = \frac{x}{y}$

d) $\frac{a}{x} \div \frac{a^2}{x^2} = \frac{a}{x} \times \frac{x^2}{a^2} = \frac{x}{a}$

e) $\frac{3abc}{2a^2} \times \frac{8a}{9b^2c} = \frac{4}{3b}$

f) $\frac{ab}{xy} \times \frac{y^2}{x^2} \div \frac{bc}{y} = \frac{ay^2}{cx^3}$

[2] 次の分数式を約分せよ.

a) $\frac{2x}{6x^2 - x} = \frac{2}{6x - 1}$

b) $\frac{6x^2 + 6ax}{3a^2x} = \frac{2(x + a)}{a^2}$

c) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + x} = \frac{(x-1)\cancel{(x+1)}}{x\cancel{(x+1)}} = \frac{x-1}{x}$

d) $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 4x + 4} = \frac{\cancel{(x-2)}(x+1)}{(x-2)^2} = \frac{x+1}{x-2}$

e) $\frac{x^3 + 1}{x^3 - x} = \frac{\cancel{(x+1)}(x^2 - x + 1)}{x(x-1)\cancel{(x+1)}} = \frac{(x^2 - x + 1)}{x(x-1)}$

f) $\frac{a^3 + 3a^2b - 4ab^2}{2a^2 - 4ab + 2b^2} = \frac{a\cancel{(a-b)}(a+4b)}{2(a-b)^2} = \frac{a(a+4b)}{2(a-b)}$

[3] 次の計算をせよ.

a) $\frac{x}{x^2 - 1} \times \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x} = \frac{\cancel{x}\cancel{(x-1)}(x-2)}{\cancel{(x-1)}(x+1)\cancel{x}(x+2)} = \frac{x-2}{(x+1)(x+2)}$

b) $\frac{2x + 4}{x^2 + x - 12} \times \frac{x - 3}{x^2 + 6x + 8} = \frac{2\cancel{(x+2)}\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x+4)\cancel{(x+2)}(x+4)} = \frac{2}{(x+4)^2}$

c) $\frac{x-4}{x-2} \div \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 4} = \frac{\cancel{x-4}}{\cancel{x-2}} \times \frac{\cancel{(x-2)}(x+2)}{(x-1)\cancel{(x-4)}} = \frac{x+2}{x-1}$

d) $\frac{x^2 - 9}{x + 2} \div (x^2 - x - 6) = \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{x+2} \times \frac{1}{(x+2)\cancel{(x-3)}} = \frac{x+3}{(x+2)^2}$

[4] 次の各組の式を因数分解し、最大公約数と最小公倍数を求めよ.

a) $\begin{cases} x^2 - 4 = (x-2)(x+2) \\ x^2 + 4x + 4 = (x+2)^2 \end{cases} \begin{cases} \text{最大公約数} = x+2 \\ \text{最小公倍数} = (x-2)(x+2)^2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1) \\ x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1) \end{cases} \begin{cases} \text{最大公約数} = x+1 \\ \text{最小公倍数} = (x-2)(x+1)(x^2 - x + 1) \end{cases}$

c) $\begin{cases} x^2 - 1 = (x-1)(x+1) \\ x^3 + x^2 - x - 1 = (x-1)(x+1)^2 \\ x^3 - x^2 - x + 1 = (x-1)^2(x+1) \end{cases} \begin{cases} \text{最大公約数} = (x-1)(x+1) \\ \text{最小公倍数} = (x-1)^2(x+1)^2 \end{cases}$

[5] 次の計算をせよ.

a) $\frac{2x}{x+5} - \frac{x-5}{x+5} = \frac{2x - (x-5)}{x+5} = \frac{x+5}{x+5} = 1$

b) $\frac{x-2}{2x} + \frac{x+3}{3x} = \frac{3(x-2) + 2(x+3)}{6x} = \frac{5\cancel{x}}{6\cancel{x}} = \frac{5}{6}$

c) $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{x+1-x}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$

d) $\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2 - a} - \frac{2}{a^2 - 1} = \frac{(a^2 - 1) + (a+1) - 2a}{a(a-1)(a+1)} = \frac{a^2 - a}{a(a-1)(a+1)} = \frac{\cancel{a}\cancel{(a-1)}}{\cancel{a}\cancel{(a-1)}(a+1)} = \frac{1}{a+1}$

e) $\frac{4x}{x^2 - 1} - \frac{x-1}{x^2 + x} = \frac{4x^2 - (x-1)^2}{x(x-1)(x+1)} = \frac{3x^2 + 2x - 1}{x(x-1)(x+1)} = \frac{(3x-1)\cancel{(x+1)}}{x\cancel{(x-1)}(x+1)} = \frac{3x-1}{x(x-1)}$

[6] a) $x^2 + 2xy - 3y^2$ を因数分解せよ. $x^2 + 2xy - 3y^2 = (x-y)(x+3y)$

b) 上の結果を用い、次の式を計算せよ.

$$\frac{x-y}{x^2 + 2xy - 3y^2} - \frac{2}{x-y} - \frac{7}{x+3y} = \frac{(x-y) - 2(x+3y) - 7(x-y)}{(x-y)(x+3y)} = \frac{-8x}{(x-y)(x+3y)}$$

7] 次の計算をせよ.

$$\text{a)} \frac{\frac{c}{ab}}{ab^2c} = \frac{c}{ab} \div ab^2c = \frac{c}{ab} \times \frac{1}{ab^2c} = \frac{1}{a^2b^3} \quad \text{b)} \frac{\frac{bc}{ad}}{\frac{b^2}{a}} = \frac{bc}{ad} \div \frac{b^2}{a} = \frac{bc}{ad} \times \frac{a}{b^2} = \frac{c}{bd}$$

$$\text{c)} \frac{1}{1 - \frac{1}{x+1}} = \frac{1}{\frac{(x+1)-1}{x+1}} = \frac{1}{\frac{x}{x+1}} = \frac{x+1}{x} \quad \text{d)} \frac{1 - \frac{1}{x}}{x - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{x^2-1}{x}} = \frac{x-1}{x^2-1} = \frac{1}{x+1}$$

$$\text{e)} \frac{x+3}{1 + \frac{1}{x+2}} + \frac{x-2}{1 - \frac{1}{x-1}} = \frac{x+3}{\frac{x+3}{x+2}} + \frac{x-2}{\frac{x-2}{x-1}} = (x+2) + (x-1) = 2x+1$$

8] 次の計算をせよ.

$$\text{a)} \left(\frac{x^2}{y} - \frac{y^2}{x} \right) \div \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) = \frac{x^3 - y^3}{xy} \div \frac{x-y}{xy} = \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{xy} \cdot \frac{xy}{x-y} = x^2+xy+y^2$$

$$\text{b)} \frac{1}{x+2} + \frac{x}{2-x} + \frac{x+6}{x^2-4} = \frac{(x-2) - x(x+2) + (x+6)}{(x-2)(x+2)} = \frac{-x^2+4}{(x-2)(x+2)} = -1$$

$$\text{c)} \frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y} - \frac{x^2+y^2}{x^2-y^2} = \frac{x(x-y) + y(x+y) - (x^2+y^2)}{(x-y)(x+y)} = \frac{0}{(x-y)(x+y)} = 0$$

$$\text{d)} \frac{1}{x} - \frac{y}{x(x+y)} - \frac{z}{(x+y)(x+y+z)} = \frac{(x+y)-y}{x(x+y)} - \frac{z}{(x+y)(x+y+z)} = \frac{1}{x+y} - \frac{z}{(x+y)(x+y+z)}$$

$$\text{e)} \frac{b-c}{(a+b)(a+c)} + \frac{c-a}{(b+c)(b+a)} + \frac{a-b}{(c+a)(c+b)} = \frac{(b-c)(b+c) + (c-a)(c+a) + (a-b)(a+b)}{(a+b)(b+c)(c+a)} = \frac{b^2-c^2+c^2-a^2+a^2-b^2}{(a+b)(b+c)(c+a)} = 0$$

9] ある川にそって, a km 離れている 2 地点 A, B がある. 川下の A 地点から川上の B 地点まで船で往復するとき, 船の静水での速さを毎時 u km, 川の流れの速さを毎時 v km ($v < u$) として, 次の問いに答えよ. [ヒント: A 地点から B 地点までさかのぼる速さは $(u-v)$ km/時, B 地点から A 地点までくだる速さは $(u+v)$ km/時]

a) 往復にかかる時間を求めよ.

往路にかかる時間: $\frac{a}{u-v}$ (時間), 復路にかかる時間: $\frac{a}{u+v}$ (時間).
よって, 往復には, $\frac{a}{u-v} + \frac{a}{u+v} = \frac{2au}{(u-v)(u+v)}$ (時間) かかる.

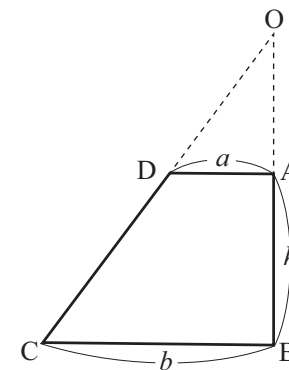
b) 往復の平均の速さを求めよ.

平均の速さ = (往復の距離) ÷ (往復にかかった時間) = $2a \div \frac{2au}{(u-v)(u+v)} = \frac{(u-v)(u+v)}{u}$ (時間)

c) b) で求めた平均の速さと, この船の静水での速さをくらべるとどちらが速いか.

(b) で求めた平均の速さ - (静水での速さ) = $\frac{(u-v)(u+v)}{u} - u = u - \frac{v}{u} - u = -\frac{v}{u} < 0$
よって, 静水での速さの方が速い.

10]



図のような台形 ABCD を, AB のまわりに回転してできる立体 (円錐台) の体積を, 次の順に考えて求めよ.

a) OA の長さを a , b , h で表せ. [ヒント: OA = x とおき, $\triangle OAD \sim \triangle OBC$ を用いる.]

$\triangle OAD \sim \triangle OBC$ より, OA : OB = AD : BC.

OA = x とおくと, $x : (x+h) = a : b$ となり, x についての方程式 $a(x+h) = bx$ が得られる. これを x について解くと, $x = \frac{ah}{b-a}$.

したがって, OA = $\frac{ah}{b-a}$.

b) OB の長さを a , b , h を用いて, なるべく簡単な形に表せ.

$$OB = x + h = \frac{ah}{b-a} + h = \frac{ah + h(b-a)}{b-a} = \frac{bh}{b-a}$$

c) 台形 ABCD を AB のまわりに回転してでき円錐台の体積を, BC と AD をそれぞれ底面の半径とする 2 つの円錐の体積の差として求め, それをなるべく簡単な形で表せ.

$$\triangle OCB \text{ を回転してできる円錐の体積} : \frac{\pi}{3} BC^2 \cdot OB = \frac{\pi}{3} b^2 \cdot \frac{bh}{b-a} = \frac{\pi}{3} \frac{b^3h}{b-a}$$

$$\triangle ODA \text{ を回転してできる円錐の体積} : \frac{\pi}{3} DA^2 \cdot OA = \frac{\pi}{3} a^2 \cdot \frac{ah}{b-a} = \frac{\pi}{3} \frac{a^3h}{b-a}$$

よって, 求める円錐台の体積は

$$\frac{\pi}{3} \frac{b^3h}{b-a} - \frac{\pi}{3} \frac{a^3h}{b-a} = \frac{\pi}{3} \frac{(b^3-a^3)h}{b-a} = \frac{\pi}{3} \frac{(b-a)(b^2+ab+a^2)h}{b-a} = \frac{\pi}{3} (a^2+ab+b^2)h$$