復習問題　略解

$\boxed{1}$ $\displaystyle \lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\left(\frac{1}{(2+h)^2}-\frac{1}{4}\right)=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\frac{-h^2-4h}{4(2+h)^2}=\lim_{h\to 0}\frac{-h-4}{4(2+h)^2}=\frac{-4}{4\times 2^2}=-\frac{1}{4}$

$\boxed{2}$ a) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=\dfrac{2}{3}$　　b) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=2$　　c) $y=2x-3$　　d) 別紙参照

$\boxed{3}$ a) $\dfrac{f(2)-f(1)}{2-1}=-\sqrt{3}+1$　　b) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}=-1$　　c) $y=-x$　　d) 別紙参照

$\boxed{4}$ a) 別紙グラフより，$0<x<1$，$2<x$　　b) 別紙グラフより，$x\leqq 1$

$\boxed{5}$ a) $(g\circ f)(x)=1+a-ax$，$(f\circ g)(x)=-\dfrac{x}{a}$.

b) $1+a-ax=x$ がすべての x になついて成り立たなければ行けないので，$a=-1$.（このとき $(f\circ g)(x)=x$ も成り立っていることに注意.）

$\boxed{6}$ a) 定義域 $x\neq -2$, 値域 $y\neq 2$；逆関数 $f^{-1}(x)=-\dfrac{2x+1}{x-2}$，逆関数の定義域 $x\neq 2$, 値域 $y\neq -2$.

b) 定義域 $x\leqq 2$, 値域 $y\leqq 0$；逆関数 $f^{-1}(x)=2-x^2$，逆関数の定義域 $x\leqq 0$, 値域 $y\leqq 2$.

$\boxed{7}$ 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f'(x)=3(4x+5)(2x^2+5x-6)^2$

b) $f'(x)=(x-1)^4+4x(x-1)^3$

c) $f'(x)=\dfrac{-4x}{(x^2-3)^3}$

d) $f'(x)=\dfrac{-2(3x^2-15x-1)}{(3x^2+1)^2}$

e) $f'(x)=\dfrac{1-3x}{2\sqrt{2-x}}$

f) $f'(x)=-\dfrac{1}{3}\sqrt[3]{\dfrac{1}{(x+4)^4}}$

g) $f'(x)=(1-2x)e^{-2x}$

h) $f'(x)=\dfrac{2e^x}{(1-e^x)^2}$

i) $f'(x)=\dfrac{2}{(x-1)(x+1)}$

$\boxed{8}$ a)

x	$\cdots$	$-\frac{3}{2}$	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	$-$	0	$-$
$f''(x)$	$-$	$-$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		極大		変曲点		変曲点	

b) 極大：$x=-\dfrac{3}{2}$，極小：なし［$f'(0)=0$ であるが，$x=0$ では極小でも極大でもないことに注意.］

変曲点：$x=-1, 0$.

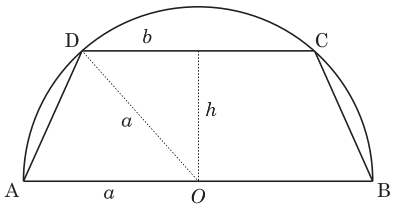
【裏につづく】

$\boxed{9}$ 別紙グラフ参照

$\boxed{10}$ a) 最大値 $\sqrt{2}$ （$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ のとき），最小値 -1 （$x = -1$ のとき）．

b) 最大値 $e^{-2} = 0.135335\ldots$ （$x = 1$ のとき），最小値 -1 （$x = 0$ のとき）．

$\boxed{11}$ 台形の高さを h とし，上底の長さ（辺 CD の長さ）を $2b$ とおくと，図のように $a^2 = b^2 + h^2$ が成り立つ．



したがって， $b = \sqrt{a^2 - h^2}$ となる．このとき， $S = \dfrac{2a + 2b}{2}h$ であるから， $S = h(a + \sqrt{a^2 - h^2})$.

$$\frac{dS}{dh} = \frac{a\sqrt{a^2 - h^2} + a^2 - 2h^2}{\sqrt{a^2 - h^2}}$$

$\dfrac{dS}{dh} = 0$ となるのは $a\sqrt{a^2 - h^2} + a^2 - 2h^2 = 0$ のときであるが， $a\sqrt{a^2 - h^2} = -a^2 + 2h^2$ の両辺を 2 乗して整理することにより， $4h^4 = 3a^2h^2$ を得る． $h > 0$ であることに注意して $\dfrac{dS}{dh} = 0$ となるのは $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ のとき． $0 < h < a$ の範囲で S の増減表を書けば（省略）， $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a$ のとき S が最大になることがわかり， S の最大値は $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

$\boxed{12}$ a) 真数条件 $1 + x > 0$ より， $x > -1$.

b) $f(x)$ を微分すると $f'(x) = \dfrac{1}{1+x} - 1 = \dfrac{-x}{1+x}$ であり， $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$. 増減表を書くと，

x	-1	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$	0	$\nearrow$	最大	$\searrow$

これより， $f(x)$ は $x = 0$ のとき最大で，最大値は $f(0) = 0$.

担当： 鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)