入学年度	学部	学 科	組	番　号	検	フリガナ
		B	1			氏 名

1 次の極限値を求めよ．

a) $\displaystyle\lim_{x\to 2}(x^2-4)=2^2-4=0$

b) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x+2}=\frac{2^2-4}{2+2}=0$

c) $\displaystyle\lim_{x\to 2}(x^3-8)=0^3-8=0$

d) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2}=\lim_{x\to 2}(x^2+2x+4)=12$

e) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x^2-x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x+1)(x-2)}=\lim_{x\to 2}\frac{x^2+2x+4}{x+1}=\lim_{x\to 2}\frac{2^2+2\cdot 2+4}{2+1}=4$

f) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^2+4x-5}{x^2+x-2}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x+5)}{(x-1)(x+2)}=\lim_{x\to 1}\frac{x+5}{x+2}=\frac{6}{3}=2$

g) $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{x^3+1}=\lim_{x\to -1}\frac{x+1}{(x+1)(x^2-x+1)}=\lim_{x\to -1}\frac{1}{x^2-x+1}=\frac{1}{1-(-1)+1}=\frac{1}{3}$

h) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(a+h)^2-a^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{a^2+2ah+h^2-a^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(2a+h)h}{h}=\lim_{h\to 0}(2a+h)=2a$

i) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^3-8}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{8+12h+6h^2+h^3-8}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(12+6h+h^2)h}{h}=\lim_{h\to 0}(12+6h+h^2)=12$

j) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(a+h)^3-a^3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{a^3+3a^2h+3ah^2+h^3-a^3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(3a^2+3ah+h^2)h}{h}=\lim_{h\to 0}(3a^2+3ah+h^2)=3a^2$

k) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\frac{1}{a+h}-\frac{1}{a}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\left(\frac{1}{a+h}-\frac{1}{a}\right)=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\cdot\frac{a-(a+h)}{(a+h)a}=\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\cdot\frac{-h}{(a+h)a}=\lim_{h\to 0}\frac{-1}{(a+h)a}=-\frac{1}{a^2}$

2 関数 $y=\dfrac{x^3}{|x|}$ について以下の問いに答えよ．

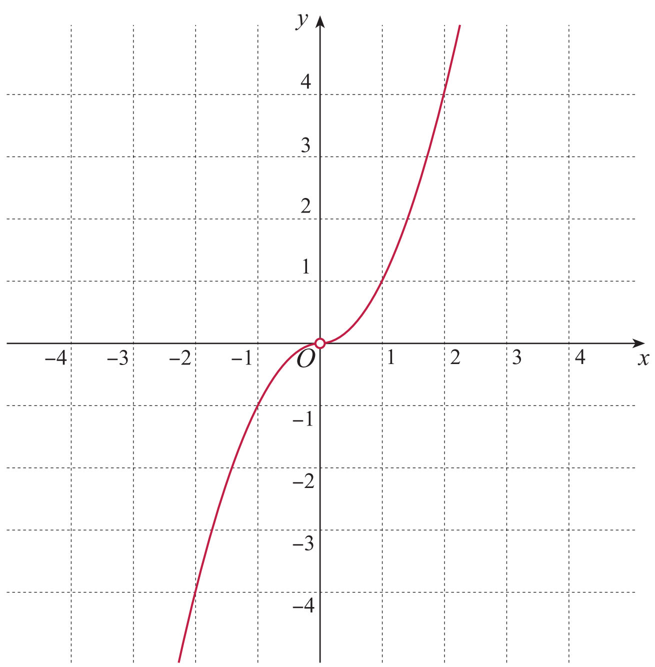
a) この関数の定義域（関数が定義されている x の範囲）を示せ．

この関数は分母が 0 になる点を除いて定義されるから，定義域は $x=0$ 以外の実数全体．
（単に $x\neq 0$ と表すことが多い．）

b) この関数を，場合分けによって表すことにより，絶対値記号を用いない形で表せ．

$$|x|=\begin{cases}x & x\geqq 0\\ -x & x<0\end{cases}\quad \text{だから，}\quad \frac{x^3}{|x|}=\begin{cases}\dfrac{x^3}{x} & x>0\\ \dfrac{x^3}{-x} & x<0\end{cases}=\begin{cases}x^2 & x>0\\ -x^2 & x<0\end{cases}$$

c) この関数のグラフを描け．（定義されていない点は ∘ で表すこと．）



d) グラフから $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^3}{|x|}$ を求めよ．

$x- > 0$ としたとき，グラフをみると y の値も 0 に近づくので $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{x^3}{|x|}=0$

$\boxed{3}$ 次の各々の関数について，$x=1$ から $x=3$ までの平均変化率を求めよ．

a) $f(x)=4x-3$

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{9-1}{2}=4.$$

b) $f(x)=10x^2+x$

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{93-11}{2}=41.$$

c) $f(x)=x^3-1$

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{26-0}{2}=13.$$

d) $f(x)=-\dfrac{2}{x}$

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{-\frac{2}{3}-(-2)}{2}=\frac{2}{3}.$$

$\boxed{4}$ $f(x)=3-2x^2+x$ とするとき，$x=a$ から $x=b$ までの平均変化率を求めよ．

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=\frac{(3-2b^2+b)-(3-2a^2+a)}{b-a}=\frac{-2(b^2-a^2)+(b-a)}{b-a}$$

$$=\frac{-2(b-a)(b+a)+(b-a)}{b-a}=-2(a+b)+1.$$

$\boxed{5}$ ある物体の位置が時間 t の関数として $s(t)=-16t^2+144t$ で与えられている．$t=1$ から $t=2$ の間の平均の速さ（$s(t)$ の平均変化率）を求めよ．

$s(2)=-16\times 2^2+144\times 2=226$

$s(1)=-16\times 1^2+144\times 1=128$

$\therefore$（平均変化率）$=\dfrac{s(2)-s(1)}{2-1}=\dfrac{226-128}{1}=96.$

$\boxed{6}$ 半径が r の球の体積 V は $V=\dfrac{4}{3}\pi r^3$ で与えられる．r が 1 から $1+h$ に変化したときの V の平均変化率を求めよ．

$r=1+h$ のとき，$V=\dfrac{4}{3}\pi(1+h)^3$

$r=1$ のとき，$V=\dfrac{4}{3}\pi 1^3$

$$\therefore \text{（平均変化率）}=\frac{\frac{4}{3}\pi(1+h)^3-\frac{4}{3}\pi 1}{(1+h)-1}$$

$$=\frac{\frac{4}{3}\pi(1+3h+3h^2+h^3)-1}{h}$$

$$=\frac{\frac{4}{3}\pi\cancel{h}(3+3h+h^2)}{\cancel{h}}$$

$$=\frac{4}{3}\pi(3+3h+h^2)$$

担当：鍬田 政人 (kuwata.04f@g.chuo-u.ac.jp)