

入学年度	学部	学科	組	番号	検	フリガナ
						氏名

1 次の極限值を求めよ。

a) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4) = 2^2 - 4 = 0$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x + 2} = \frac{2^2 - 4}{2 + 2} = 0$
↑ そのまま代入してよ!

c) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^3 - 8) = 2^3 - 8 = 0$

d) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{x-2}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 + 2x + 4) = 4 + 4 + 4 = 12$

e) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+1)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2+2x+4}{x+1}$
 $= \frac{4+4+4}{2+1} = 4$

f) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+5)}{(x-1)(x+2)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+5}{x+2} = \frac{1+5}{1+2} = 2$

g) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^3+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{(x+1)(x^2-x+1)}$
 $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{x^2-x+1}$
 $= \frac{1}{1+1+1} = \frac{1}{3}$

h) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^2 + 2ah + h^2 - a^2}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2ah + h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2a + h) = 2a$

i) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^3 - 8}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8 + 12h + 6h^2 + h^3 - 8}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{12h + 6h^2 + h^3}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} (12 + 6h + h^2) = 12$

j) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^3 - a^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^3 + 3a^2h + 3ah^2 + h^3 - a^3}{h}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3a^2h + 3ah^2 + h^3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (3a^2 + 3ah + h^2)$
 $= 3a^2$

k) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \left(\frac{1}{a+h} - \frac{1}{a} \right)$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{a - (a+h)}{(a+h)a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h(a+h)a}$
 $= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{(a+h)a} = -\frac{1}{a^2}$

2 関数 $y = \frac{(x+1)(x-1)^2}{|x-1|}$ について以下の問いに答えよ。

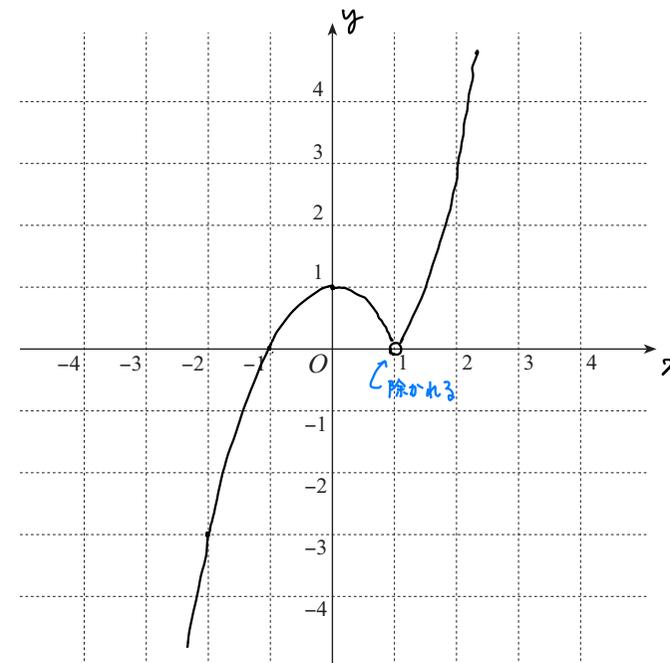
a) この関数の定義域 (関数が定義されている x の範囲) を示せ。

分母が0となる $x=1$ 以外では定義されるので
 定義域は $x \neq 1$

b) この関数を、場合分けによって示すことにより、絶対値記号を用いない形で表せ。

$|x-1| = \begin{cases} x-1 & x > 1 \\ -(x-1) & x < 1 \end{cases}$ だから
 $x > 1$ のとき $\frac{(x+1)(x-1)^2}{x-1} = (x+1)(x-1) = x^2 - 1$
 $x < 1$ のとき $\frac{(x+1)(x-1)^2}{-(x-1)} = \frac{(x+1)(x-1)}{-1} = -x^2 + 1$
 $\therefore y = \frac{(x+1)(x-1)^2}{|x-1|} = \begin{cases} x^2 - 1 & x > 1 \\ -x^2 + 1 & x < 1 \end{cases}$

c) この関数のグラフを掛け。(定義されていない点は \circ で表すこと。)



d) グラフから $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)^2}{|x-1|}$ を求めよ。

x が 1 に近づくとき、グラフ上の点 (x, y) は抜けている点 $(1, 0)$ に近づく

したがって $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x+1)(x-1)^2}{|x-1|} = 0$

3 次の各々の関数について、 $x = 1$ から $x = 3$ までの平均変化率を求めよ。

a) $f(x) = 4x - 3$

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{4 - 1}{2} = 4$$

b) $f(x) = 10x^2 + x$

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{93 - 11}{2} = 41$$

c) $f(x) = x^3 - 1$

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{26 - 0}{2} = 13$$

d) $f(x) = -\frac{2}{x}$

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{-\frac{2}{3} - (-2)}{2} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}$$

4 $f(x) = 3 - 2x^2 + x$ とするとき、 $x = a$ から $x = b$ までの平均変化率を求めよ。

$$\begin{aligned} \frac{f(b) - f(a)}{b - a} &= \frac{(3 - 2b^2 + b) - (3 - 2a^2 + a)}{b - a} \\ &= \frac{-2(b^2 - a^2) + (b - a)}{b - a} = -2(b + a) + 1 \end{aligned}$$

5 ある物体の位置が時間 t の関数として $s(t) = -16t^2 + 144t$ で与えられている。 $t = 1$ から $t = 2$ の間の平均の速さ ($s(t)$ の平均変化率) を求めよ。

$$s(2) = -16 \times 4 + 144 \times 2 = 226$$

$$s(1) = -16 \times 1 + 144 \times 1 = 128$$

$$\frac{s(2) - s(1)}{2 - 1} = \frac{226 - 128}{1} = 96$$