

| 入学年度 | 学部 | 学科 | 組 | 番号 | 検 | フリガナ |
|------|----|----|---|----|---|------|
|      |    |    |   |    |   | 氏名   |

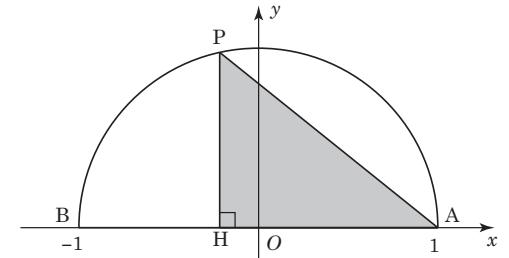
1) a)  $x > 1$  のとき  $2\sqrt{x} > \log x$  であることを示せ.

b) a) を用い  $x > 1$  のとき  $\frac{2}{\sqrt{x}} > \frac{\log x}{x} > 0$  であることを示し,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\log x}{x}$  を求めよ.

c) 関数  $f(x) = \frac{\log x}{x}$  の増減表をかけ. (凹凸は調べなくてよい.)

2) 長さ 2 の線分 AB を直径とする半円の周上の動点を P(x, y) とし, P から AB 下ろした垂線の足を H とする.

a)  $\triangle APH$  の面積 S を x で表せ.



b) S の最大値を求めよ.

c) の結果を用い,  $\pi^e$  と  $e^\pi$  のどちらが大きいかを示せ. [ヒント:  $\log \pi^e$  と  $\log e^\pi$  の大小を比較せよ.]

3)  $f(x) = 4xe^{-\frac{x^2}{2}}$  とする.

a)  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  と 2 次導関数  $f''(x)$  を求めよ.

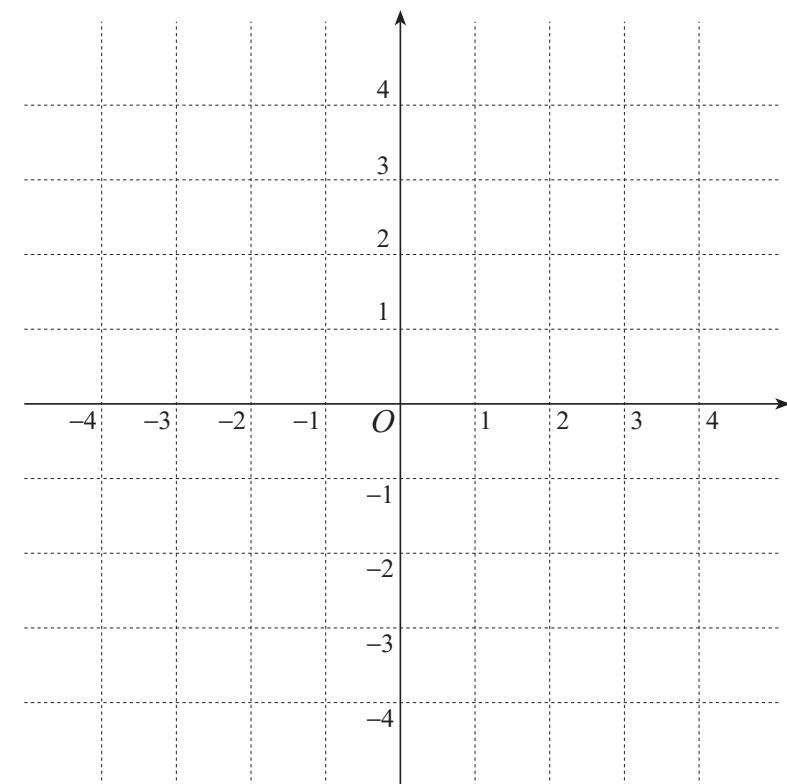
e)  $f(x)$  が極大・極小となる点、および変曲点を求めよ.

b)  $f'(x) = 0$  となる  $x$  と、 $f'(x) > 0$  となる  $x$  の範囲を求めよ.

f)  $e^{-\frac{1}{2}} \approx 0.607, e^{-\frac{3}{2}} \approx 0.223, e^{-2} \approx 0.135$  であるとして、 $f(\pm 1), f(\pm\sqrt{3}), f(\pm 2)$  の値を概算せよ.

c)  $f''(x) = 0$  となる  $x$  と、 $f''(x) > 0$  となる  $x$  の範囲を求めよ.

g)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$  であることが知られている。これと、ここまで得た結果を用いて、 $f(x)$  のグラフを描け.



d)  $f(x)$  の増減表を完成させよ。（増減だけでなくグラフの凹凸も調べること。）

|          |   |  |   |  |   |  |   |  |   |
|----------|---|--|---|--|---|--|---|--|---|
| $x$      | … |  | … |  | … |  | … |  | … |
| $f'(x)$  |   |  |   |  |   |  |   |  |   |
| $f''(x)$ |   |  |   |  |   |  |   |  |   |
| $f(x)$   |   |  |   |  |   |  |   |  |   |