

1] 指数関数 $f(x) = a^x$ の $x = 0$ における微分係数を求めたい.

a) $f(x) = a^x$ の $x = 0$ における微分係数を求める定義式を書け. $f'(0) =$

b) 次の表は $a = 2, a = 3$ のときの $\frac{a^h - 1}{h}$ の値を計算するためのものである. $\sqrt{\quad}$ 機能のある電卓を用いて, $2^{\frac{1}{4}} = \sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt{1.414\dots}$, $2^{\frac{1}{8}} = \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$, ... のように計算することにより, 表の空欄を埋め, 極限值 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2^h - 1}{h}$ および $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3^h - 1}{h}$ を推測せよ.

h	$\frac{2^h - 1}{h}$	$\frac{3^h - 1}{h}$
$\frac{1}{2}$	$(1.41421356\dots - 1) \times 2 = 0.82842712\dots$	$(1.73205080\dots - 1) \times 2 = 1.4641016\dots$
$\frac{1}{4}$	$(1.18920711\dots - 1) \times 4 =$	$(1.31607401\dots - 1) \times 4 =$
$\frac{1}{8}$	=	=
$\frac{1}{16}$	=	=
$\frac{1}{32}$	=	=
$\frac{1}{64}$	=	=
$\frac{1}{128}$	=	=
$\frac{1}{256}$	=	=
$\frac{1}{512}$	=	=
$\frac{1}{1024}$	=	=
\vdots	\downarrow	\downarrow
0		

入学年度	学部	学科	組	番号	校	フリガナ	
						氏名	

2 数 e は $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1$ をみたとす。これを用いて次の各々の関数の導関数を定義を直接用いて求めよ。

a) $f(x) = e^x$

b) $f(x) = xe^x$

3 指数関数と対数関数の互いには $e^{\log a} = a$ という関係が成り立つのであった。これより、 $a^x = (e^{\log a})^x = e^{x \log a}$ である。このことと合成関数の微分公式を用いて、指数関数 a^x の導関数 $(a^x)'$ をもとめよ。

4 $f(x) = e^x$ とすると、自然対数関数 $\log x$ はその逆関数である、すなわち $f^{-1}(x) = \log x$ である。逆関数の微分公式と $f'(x) = e^x$ であることを用い、 $f^{-1}(x) = \log x$ の導関数を求めよ。

5] 次の表は $(1+h)^{\frac{1}{h}}$ の値を計算するためのものである. $h = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{1024}$ として電卓を用いて $(1+h)^{\frac{1}{h}}$ を計算し, 表の空欄を埋め, 極限值 $\lim_{h \rightarrow 0} (1+h)^{\frac{1}{h}}$ の値を推測せよ.

[電卓では数の 2 乗を計算するのに “x=” と入力すればよい. 例えば, $((1 \div 4 + 1)^2)^2$ を計算するには, 1, \div , 4, +, 1, =, \times , =, \times , =, の順に入力すればよい.]

h	$(1+h)^{\frac{1}{h}}$
$\frac{1}{2}$	$(1 \div 2 + 1)^2 = 2.25$
$\frac{1}{4}$	$((1 \div 4 + 1)^2)^2 = 2.441406\dots$
$\frac{1}{8}$	=
$\frac{1}{16}$	=
$\frac{1}{32}$	=
$\frac{1}{64}$	=
$\frac{1}{128}$	=
$\frac{1}{256}$	=
$\frac{1}{512}$	=
$\frac{1}{1024}$	=
\vdots	\downarrow
0	

6 関数 $y = e^x$ について、いろいろな x に対する y の値は次の表のようになる。

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
e^x	0.1353	0.2231	0.3679	0.6065	1.0000	1.6487	2.7183	4.4817	7.3891	12.183

これを利用して、指数関数 $y = e^x$ のグラフを描き、そのグラフの $(0, 1)$ における接線を引いてみよ。また、対数関数 $y = \log x$ は $y = e^x$ の逆関数であることを用い、 $y = \log x$ のグラフを描き、 $(1, 0)$ における接線を引いてみよ。

