

1 2つの関数 $u = f(x)$ と $v = g(x)$ の積として表される関数 $y = f(x)g(x)$ の導関数を求めたい.

a) いま, x の増分を Δx とすると, u の増分 Δu と v の増分 Δv はそれぞれ,

$$\Delta u = f(x + \Delta x) - f(x), \quad \Delta v = g(x + \Delta x) - g(x)$$

と表せる. これより,

$$(*) \quad f(x + \Delta x) = f(x) + \Delta u, \quad g(x + \Delta x) = g(x) + \Delta v$$

と書ける. 一方, y の増分 Δy は

$$\Delta y = f(x + \Delta x)g(x + \Delta x) - f(x)g(x)$$

と表される. この右辺の $f(x + \Delta x)$, $g(x + \Delta x)$ に (*) を代入して展開整理し, Δy をなるべく簡単な形にせよ.

b) a) で得られた式の両辺を Δx で割って, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ を求めよ.

c) b) で $\Delta x \rightarrow 0$ として $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}$ を求めたい. そこで, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u \Delta v}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta v = \frac{du}{dx} \cdot 0 = 0$ であることを用い, $\frac{dy}{dx}$ を, u , $\frac{du}{dx}$, v , $\frac{dv}{dx}$ 用いて表せ.

d) c) で求めた式を別の記号法 $\frac{dy}{dx} = (f(x)g(x))'$, $\frac{du}{dx} = f'(x)$, $\frac{dv}{dx} = g'(x)$ を用いて書き直し, 積の微分公式を求めよ.

$$(f(x)g(x))' =$$

学籍番号： _____ 氏名： _____

2 $f(x)g(x)h(x) = (f(x)g(x))h(x)$ であることと積の微分公式を用いて 3 つの関数の積の導関数 $(f(x)g(x)h(x))'$ を求めよ.

3 関数 $g(x)$ に対し, 関数 $\frac{1}{g(x)}$ の導関数 $\left(\frac{1}{g(x)}\right)'$ を求めたい.

a) $f(x) = \frac{1}{g(x)}$ とおき, $f'(x)$ を求める. 分母を払った式 $f(x)g(x) = 1$ の両辺を微分し, 左辺の微分に積の微分公式を用い, $f(x)$, $f'(x)$, $g(x)$, $g'(x)$ の間に成り立つ関係式を求めよ.

b) a) で求めた関係式を $f'(x)$ について解き, $f'(x)$ を $f(x)$, $g(x)$, $g'(x)$ で表せ.

c) b) において $f(x)$ を $\frac{1}{g(x)}$ で置き換え, $f'(x)$ を $g(x)$ と $g'(x)$ のみで表すことにより, $\left(\frac{1}{g(x)}\right)'$ を求めよ.

$$\left(\frac{1}{g(x)}\right)' =$$

4] $\frac{f(x)}{g(x)} = f(x) \times \frac{1}{g(x)}$ である. この右辺を積の微分公式を用いて微分し, 問題 4 で求めた微分公式を用いることにより, 商の微分公式 $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$ を求めよ.

5] 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 2x + 2)$

$$f'(x) =$$

b) $f(x) = (x^2 - x + 1)(x + 1)$

$$f'(x) =$$

c) $f(x) = \frac{2}{2x - 1}$

$$f'(x) =$$

d) $f(x) = \frac{1}{6x^3}$

$$f'(x) =$$

a) $f(x) = \frac{x-5}{x^2+5}$
 $f'(x) =$

b) $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$
 $f'(x) =$

c) $f(x) = \frac{x}{x^2-x+1}$
 $f'(x) =$

d) $f(x) = \frac{x^2+5x}{x-4}$
 $f'(x) =$