

1 周の長さが30cmで、3辺の長さが4cmずつ違っている三角形の各辺の長さを求めて、この三角形を描いてみよ。周の長さが30cmで、3辺の長さが6cmずつ違っているとするとどうなるか。

2 50000円を預金して、1年後の利息の中から1000円を受け取り、残りを元金に加えて、前年より1.2%高い年利率でさらに1年間預けたところ、2年目の利息は前年の利息より645円多かったという。前年の利率を求めよ。

3 長方形の土地がある。縦を10m増し、横を5m減らすと、面積はもとの2倍になり、横を10m増し、縦を4m減らすと、面積はもとの半分になるという。この長方形の縦、横の長さはいくらか。

4 星の見かけの明るさは1等星、2等星、…など、等級で表す。星の等級と明るさの関係は、次のように対数を用いて表すことができる。 $m$ 等星の明るさを $L_m$ 、 $n$ 等星の明るさ $L_n$ とすると、

$$0.4(n - m) = \log_{10} L_m - \log_{10} L_n$$

が成り立つ。

a) 1等星の明るさは6等星の明るさの何倍であるか。

b) 北極星は2.0等星である。北極星の4倍の明るさを持つ星は何等星となるか。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ とする。

5  $2^7, 2^8, 3^5$  の大きさを比較して、不等式 $1.4 < \log_2 3 < 1.6$ を証明せよ。

6 ある工場の生産関数は  $Q(L) = 12L^2 - \frac{1}{20}L^3$  で与えられる。ただし、 $L$  は労働者の人数を表し、  
 $0 \leq L \leq 200$  である。

a) 生産量  $Q(L)$  を最大にするような  $L$  を  $L^*$  とする。 $L^*$  を求めよ。

b) 労働者一人当たりの生産量  $\frac{Q(L)}{L}$  を最大にするような  $L$  を  $L^{**}$  とする。 $L^{**}$  を求めよ。

c)  $Q'(L^{**}) = Q(L^{**})/L^{**}$  であることを示せ。

d)  $f'(x) = 0$  となる  $x$  を求めよ。

e)  $f(x)$  の増減表を書き、 $f(x)$  が極大・極小となる  $x$  の値を求めよ。

7  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 1$  とする。

a)  $x$  が  $-1$  から  $1$  まで変化するときの  $f(x)$  の平均変化率を求めよ。

b)  $f(x)$  の導関数  $f'(x)$  を求めよ。

c)  $y = f(x)$  のグラフの  $(-1, -2)$  における接線の方程式を求めよ。

