

微分積分 II — 期末試験

2012 年 1 月 11 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1 次の不定積分を求めよ.

a) $\int \frac{x}{\sqrt{1+2x}} dx$

b) $\int (3x-1)e^{-x} dx$

2 つぎの 2 変数関数について, 2 階の偏微分までをすべて計算せよ.

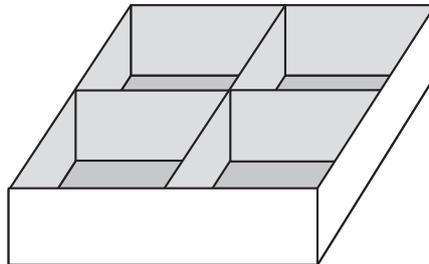
a) $f(x, y) = \log(1 + xy)$

b) $f(x, y) = e^{x^2-y^2}$

3 関数 $f(x, y) = x^3 - 6xy + 3y^2$ の臨界点 (すべての偏微分が 0 になる点) をすべて求め, 各臨界点において極大・極小を判定せよ.

4 消費者の効用関数が $u(x, y) = \frac{1}{3} \log x + \frac{2}{3} \log y$ で与えられているとする. このとき, $40x + 10y = 120$ という条件のもとで効用 $u(x, y)$ を最大にするような (x, y) を Lagrange の乗数法により求めよ.

5 厚紙を用いて下図のような中仕切りがあるふたのない箱をつくる. 底面の縦と横の長さをそれぞれ x , y , 高さを z とし, 使用する厚紙の面積が一定値 S であるとき, 容積 V が最大になるような箱の寸法を求めよ. またその時の箱の容積を求めよ.



6 $\sqrt{17} = 4\sqrt{1 + \frac{1}{16}}$ という表示と $\sqrt{1+x}$ の 2 次近似の式を用い $\sqrt{17}$ の近似値を求めよ. また, このようにして得られた近似値と $\sqrt{17}$ の値とは小数第何位まで一致するかを答えよ.