

基礎数学 A2 — 期末試験

2012 年 1 月 13 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.
- ①② は解答用紙の所定の位置に記入すること.

① $f(x) = \frac{3x+1}{2x+2}$ とする. 以下の問いに答えよ.

- $y = f(x)$ のグラフは $y = \frac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p , y 軸方向に q だけ平行移動した曲線である. k, p, q は何かを答えよ.
- $x = 1$ における $f(x)$ の微分係数 $f'(1)$ を定義にしたがって (極限を直接計算することによって) 求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフの $(1, 1)$ における接線の方程式を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフ, $y = f(x)$ の $(1, 1)$ における接線, および直線 $y = -x - 1$ の 3 つを解答用紙の座標平面内に描け.
- $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.
- 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域, および逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ.
- グラフを利用して不等式 $\frac{3x+1}{2x+2} \geq -x - 1$ を解け.

② $f(x) = \frac{1}{5}(x^4 - \frac{2}{3}x^3 - 8x^2 + 8x + 5)$ とする.

- $f'(x) = 0$ となる x および $f''(x) = 0$ となる x をそれぞれ求めよ.
【ヒント】 $f'(x), f''(x)$ ともに因数分解できる. とくに, $f'(x)$ は $x - 2$ で割り切れる.
- $f(x)$ の増減表を書き, 凹凸を調べ, $f(x)$ が極大・極小となる x の値と, グラフの変曲点の x 座標を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフの概形を描け

③ $f(x) = -\sqrt{-2x+5}$ とする. 以下の問いに答えよ.

- 関数 $y = f(x)$ の定義域と値域を求めよ.
- x が -2 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
- $f(x)$ の導関数を求めよ.
- $x = 2$ における $f(x)$ の微分係数 $f'(2)$ を求めよ.
- $y = f(x)$ のグラフの $(2, -1)$ における接線の方程式を求めよ.
- $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.
- 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ.

4 次の各々の関数の導関数を求めよ.

a) $f(x) = (x^2 - x + 1)^5$

b) $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x+1}$

c) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

d) $f(x) = \sqrt[3]{1-2x^4}$

e) $f(x) = x^2 e^{-x}$

f) $f(x) = x^2 \log x$

5 $f(x) = x + \sqrt{2-x^2}$ とする.

a) $f(x)$ の定義域を求め

b) $f'(x)$ を計算し, $f'(x) = 0$ となる x の値を求めよ.

c) $f(x)$ の増減表を書き, $f(x)$ が定義される範囲での最大値・最小値を求めよ.

6 底面が正方形の正四角柱の形をした容器を考える. この容器の表面積が $2a^2$ で一定であるとき, その容積を最大にしたい. 底面の 1 辺の長さ x と高さ h をいくらにすればよいか. ただし, a は正の定数とする.

7 【ボーナス問題】 対数関数 $\log x$ は $(\log x)' = \frac{1}{x}$ をみたま. これと合成関数の微分公式を用いて $(\log(f(x)))'$ を求めよ.