

1 a) $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ とする. AB および BA を求めよ.

b) a) を利用して A が逆行列 A^{-1} を持つための条件を求めよ. また, その条件が満たされるとき, A^{-1} を求めよ.

c) $A = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ とするとき, A^{-1} を求めよ.

学生証番号 : _____ 氏名 : _____

2 2つの平面ベクトル \vec{a}, \vec{b} について「交代積」呼ばれる積 $\vec{a} \wedge \vec{b}$ が定義される。ベクトルの内積同様、交代積の値はスカラー（実数）である。交代積「 \wedge 」は以下の性質を持つ。

- 【定数倍】 $(k\vec{a}) \wedge \vec{b} = \vec{a} \wedge (k\vec{b}) = k(\vec{a} \wedge \vec{b})$
- 【分配法則】 $(\vec{a}_1 + \vec{a}_2) \wedge \vec{b} = \vec{a}_1 \wedge \vec{b} + \vec{a}_2 \wedge \vec{b}$, $\vec{a} \wedge (\vec{b}_1 + \vec{b}_2) = \vec{a} \wedge \vec{b}_1 + \vec{a} \wedge \vec{b}_2$
- 【交代性】（2つの項を入れ替えると符号が変わる。） $\vec{b} \wedge \vec{a} = -(\vec{a} \wedge \vec{b})$
- 【正規性】（単位正方形の体積は1。） $\vec{e}_1 \wedge \vec{e}_2 = 1$

これらの性質を用いて $(a\vec{e}_1 + c\vec{e}_2) \wedge (b\vec{e}_1 + d\vec{e}_2)$ を計算せよ。

□3 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} p & q \\ r & s \end{pmatrix}$ とする.

行列式 $|A|$ と $|B|$ およびその積の行列式 $|AB|$ を計算し, $|AB| = |A||B|$ であることを証明せよ.

