

復習問題

• キーワード：

分数関数のグラフ, 無理関数のグラフ, 合成関数・逆関数, 平均変化率, 瞬間変化率 (=微分係数), 導関数, 接線の傾きと方程式, 積・商の微分公式, 合成関数の微分法, 増減表, 極大・極小, 凹凸, 変曲点.

[1] 関数 $f(x) = \frac{x-5}{x-3}$ について以下の問い合わせに答えよ.

- a) x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
- b) $x = 1$ における $f(x)$ の微分係数 $f'(1)$ を定義にしたがって（極限を直接計算することによって）求めよ.
- c) $y = f(x)$ のグラフの $(1, 2)$ における接線の方程式を求めよ.
- d) $y = f(x)$ のグラフは $y = \frac{k}{x}$ のグラフを x 軸方向に p , y 軸方向に q だけ平行移動した曲線である. k , p , q は何かを答えよ.
- e) $y = f(x)$ のグラフと $(1, 2)$ における接線を描け.
- f) グラフを利用して不等式 $\frac{x-5}{x-3} > -x + 3$ を解け.

[2] $f(x) = -\sqrt{2x-1}$ として前問の a) b) c) e) に答よ.

[3] $f(x) = \sqrt{-4x+6}$ とする. 以下の問い合わせに答えよ.

- a) 関数 $y = f(x)$ 定義域と値域を求めよ
- b) $y = f(x)$ の逆関数 $y = f^{-1}(x)$ を求めよ.
- c) 逆関数 $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を求めよ.

[4] グラフを利用して, 次の不等式を解け.

a) $\frac{2x-1}{x-1} < x+1$ b) $\sqrt{-4x+8} \geq x+1$

[5] a を定数とし, $f(x) = \frac{1}{1-x}$, $g(x) = \frac{x+a}{x}$ とする.

- a) $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.
- b) $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ が同じ関数になるように, 定数 a の値を定めよ.

[6] 次のおおのの関数について, その定義域と値域を求めよ. また, それぞれの逆関数を求め, 逆関数の定義域と値域も求めよ.

a) $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ b) $f(x) = -\log(1-x)$

[7] 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (2x^3 + 5)^7$	b) $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 3)^2}$	c) $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 2x + 2)$
d) $f(x) = \frac{2x-5}{3x^2 + 1}$	e) $f(x) = \frac{x^4 + 3x - 2}{x^2}$	f) $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$

$$g) \quad f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$$

$$h) \quad f(x) = \sqrt[3]{2x^2 + 5}$$

$$i) \quad f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$$

$$j) \quad f(x) = e^{-3x^2}$$

$$k) \quad f(x) = x^2 e^{-x}$$

$$l) \quad f(x) = \frac{e^x}{1 - e^x}$$

$$m) \quad f(x) = \frac{x}{(\log x - 1)}$$

$$n) \quad f(x) = \log(x^2 + 1)$$

$$o) \quad f(x) = e^x \log x$$

8] 次の関数の増減、極値、グラフの凹凸および変曲点を調べ、そのグラフをかけ。

$$a) \quad f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1$$

$$b) \quad f(x) = \frac{12}{x^2 - 2x + 4}$$

$$c) \quad f(x) = e^{-x^2/2}$$

$$d) \quad f(x) = \frac{1}{x} + \log x$$

9] 次の関数の最大値、最小値を求めよ。

$$a) \quad (x - 1)\sqrt{1 - x^2} \quad (-1 \leq x \leq 1)$$

$$b) \quad (2x - 1)e^{-2x} \quad (0 \leq x \leq 3)$$

10] 直円柱の形をした缶詰の容器を考える。この容器の表面積が $6\pi a^2$ で一定であるとき、その容積を最大にしたい。底面の半径と高さをいくらにすればよいか。ただし、 a は正の定数とする。