

1 次の二つの関数 $f(x), g(x)$ を合成し, $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.

a) $f(x) = x - 1, g(x) = \frac{2}{x} + 3$

b) $f(x) = \frac{6}{3-x}, g(x) = \frac{-3x}{2-x}$

c) $f(x) = 2\sqrt{x} + 3, g(x) = x^2 + 1$

d) $f(x) = \log_2(x), g(x) = 4^x$

2 $x \neq -1, 0, 1$ のとき, 関数 $f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)$ を次のように定義する.

$$f_1(x) = x, f_2(x) = -\frac{1}{x}, f_3(x) = \frac{1+x}{1-x}, f_4(x) = \frac{x-1}{x+1}.$$

a) $f_2 \circ f_3 = f_4$ すなわち $f_2(f_3(x)) = f_4(x)$ であることを証明せよ.

b) 右の表は f_2 の行と f_3 の列の交点に f_4 と書き入れて $f_2 \circ f_3 = f_4$ であることを示したものである. このようにして右の表を完成せよ.

\circ	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1				
f_2			f_4	
f_3				
f_4				

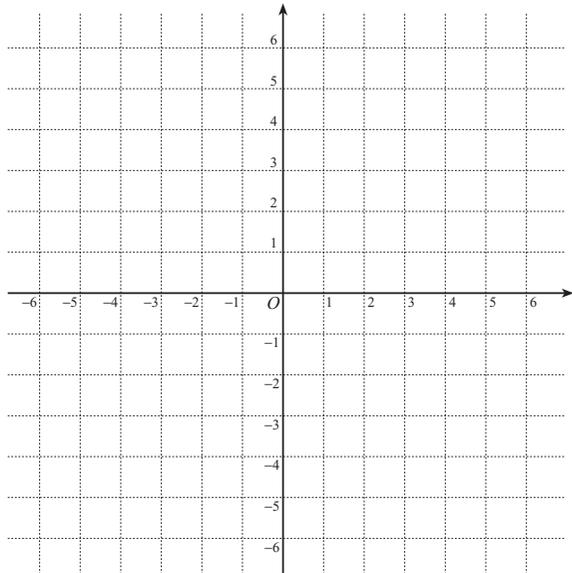
c) 前問の表を用いて, $f_2(x), f_3(x), f_4(x)$ の逆関数をそれぞれ求めよ.

3 $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ とする.

- a) $f(x)$ の定義域を示せ.
- b) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ.
- c) $f^{-1}(x)$ の定義域を示せ.
- d) $y = f(x)$, $y = f^{-1}(x)$ の値域をそれぞれ求めよ.

4 $f(x) = -\sqrt{-3x+6}$ とする.

- a) $y = f(x)$ の定義域と値域を示せ.
- b) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求めよ.
- c) $y = f^{-1}(x)$ の定義域と値域を示せ.
- d) $y = f(x)$ のグラフと逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフを描け.



5 下の図のグラフは、関数 $y = f(x)$ のグラフである。その逆関数 $y = f^{-1}(x)$ のグラフは、 $y = f(x)$ のグラフを直線 に関し 移動したものである。 $y = f^{-1}(x)$ のグラフを下の図に書き込め。

