

3. 合成関数・逆関数

〔1〕次の二つの関数 $f(x), g(x)$ を合成し、 $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ。

a) $f(x) = x - 1, g(x) = \frac{2}{x} + 3$

b) $f(x) = 2\sqrt{x} + 3, g(x) = x^2 + 1$

c) $f(x) = \log_4(x), g(x) = 2^{-x}$

〔2〕 $x \neq -1, 0, 1$ のとき、関数 $f_1(x), f_2(x), f_3(x), f_4(x)$ を次のように定義する。

$$f_1(x) = x, \quad f_2(x) = -\frac{1}{x}, \quad f_3(x) = \frac{1+x}{1-x}, \quad f_4(x) = \frac{x-1}{x+1}.$$

a) $f_2 \circ f_3 = f_4$ すなわち $f_2(f_3(x)) = f_4(x)$ であることを証明せよ。

b) 右の表は f_2 の行と f_3 の列の交点に f_4 と書き入れて $f_2 \circ f_3 = f_4$ であることを示したものである。このようにして右の表を完成せよ。

\circ	f_1	f_2	f_3	f_4
f_1				
f_2				f_4
f_3				
f_4				

〔3〕 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ とする.

a) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求よ.

b) $(f^{-1} \circ f)(x)$ を求めよ.

c) $(f \circ f^{-1})(x)$ を求めよ.

〔5〕 次の各々の関数 $f(x)$ について、(1) $f(x)$ の定義域を示し、(2) 逆関数 $f^{-1}(x)$ を求め、(3) $f^{-1}(x)$ の定義域を示し、(4) $f(x), f^{-1}(x)$ の値域を求めよ.

a) $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$

b) $f(x) = -\sqrt{-3x+6}$

c) $f(x) = 2^{x+1}$

〔4〕 次の無理関数の定義域と値域を求めよ.

a) $y = \sqrt{3x+2}$

b) $y = -\sqrt{-2x+3}$