

## 12. 前期の復習

## • キーワード：

平均変化率, 瞬間変化率 (=微分係数), 接線の傾きと方程式, 合成関数・逆関数, 導関数の種々の計算公式, 増減表, 極大・極小, 凹凸, 変曲点, 関数のグラフ, 分数関数のグラフと漸近線, 指数関数・対数関数とその微分法.

**[1]**  $f(x) = \frac{1}{1-2x}$  のとする.

- a)  $x$  が 1 から 2 まで変化するときの  $f(x)$  の平均変化率を求めよ.
- b)  $x = 1$  における  $f(x)$  の瞬間変化率 (=微分係数) を定義に従って求めよ.
- c)  $y = f(x)$  のグラフの  $(1, -1)$  における接線の方程式を求めよ.
- d)  $y = f(x)$  のグラフと,  $(1, -1)$  における接線を描け.

**[2]**  $f(x) = -\sqrt{2x-1}$  として前問と同じ問い合わせよ.

**[3]** グラフを利用して, 次の不等式を解け.

a)  $\frac{2x-1}{x-1} < x+1$       b)  $\sqrt{-4x+8} \geq x+1$

**[4]**  $a$  を定数とし,  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ,  $g(x) = \frac{x+a}{x}$  とする.

- a)  $(g \circ f)(x)$  と  $(f \circ g)(x)$  を求めよ.
- b)  $(g \circ f)(x)$  と  $(f \circ g)(x)$  が同じ関数になるように, 定数  $a$  の値を定めよ.

**[5]** 次のおおのの関数について, その定義域と値域を求めよ. また, それぞれの逆関数を求め, 逆関数の定義域と値域も求めよ.

a)  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$       b)  $f(x) = -\sqrt{2-x}$

**[6]** 次の関数を変数  $x$  で微分せよ.

a) $f(x) = (2x^3 + 5)^7$	b) $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 3)^2}$	c) $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 2x + 2)$
d) $f(x) = \frac{2x-5}{3x^2 + 1}$	e) $f(x) = \frac{x^4 + 3x - 2}{x^2}$	f) $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$
g) $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$	h) $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 + 5}$	i) $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$
j) $f(x) = e^{-3x^2}$	k) $f(x) = x^2 e^{-x}$	l) $f(x) = \frac{e^x}{1 - e^x}$
m) $f(x) = \frac{x}{(\log x - 1)}$	n) $f(x) = \log(x^2 + 1)$	o) $f(x) = e^x \log x$

7 次の関数の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べ, そのグラフをかけ.

a)  $f(x) = x^4 + 2x^3 - 1$

b)  $f(x) = \frac{4}{x^2 + 1}$

c)  $f(x) = e^{-x^2/2}$

d)  $f(x) = \frac{1}{x} + \log x$

8 次の関数の最大値, 最小値を求めよ.

a)  $x + \sqrt{1-x^2}$  ( $-1 \leq x \leq 1$ )

b)  $(2x-1)e^{-2x}$  ( $0 \leq x \leq 3$ )

9 球が毎秒  $8 \text{ cm}^3$  の割合で体積を増しているとする. 体積を増し始めてから  $t$  秒後の球の半径, 表面積, 体積を, それぞれ  $r \text{ cm}$ ,  $S \text{ cm}^2$ ,  $V \text{ cm}^3$  とするとき,  $r = 2$  のときの変化率  $\frac{dV}{dt}$ ,  $\frac{dr}{dt}$ ,  $\frac{dS}{dt}$  をそれぞれ求めよ.