

1 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & -4 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ とし, $\vec{f}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{f}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{f}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ とおく. また,

- 3つのベクトルの組 $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ は3次元ベクトル空間 \mathbf{R}^3 の基底であることを示せ.
- 3つのベクトル $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ を並べてできる行列を P とする. P^{-1} を求めよ.
- \vec{x} を $A\vec{x}$ に移す1次変換を T とする. $T(\vec{f}_1)$, $T(\vec{f}_2)$, $T(\vec{f}_3)$ をそれぞれ $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ の1次結合で表せ.
- T の基底 $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ に関する表現行列 B を求めよ.
- $B = P^{-1}AP$ であることを確かめよ.

2 3次元空間の平面 $x - 2y + 2z = 0$ に関する対称変換 S を表現する行列を求めたい.

a) $x - 2y + 2z = 0$ で表わされる平面 (= \mathbf{R}^3 の部分空間) の基底を一つ求めよ. それを \vec{g}_1, \vec{g}_2 とする.

b) a) で得られた基底に $x - 2y + 2z = 0$ の法線ベクトル $\vec{g}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ とをあわせて三つのベクトルからなる組 $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$ は \mathbf{R}^3 の基底となることを示せ.

c) 基底 $\vec{g}_1, \vec{g}_2, \vec{g}_3$ に関する S の表現行列を求めよ.

d) S の標準基底に関する表現行列を求めよ.