

## 線形代数 I・数学 II — 期末試験

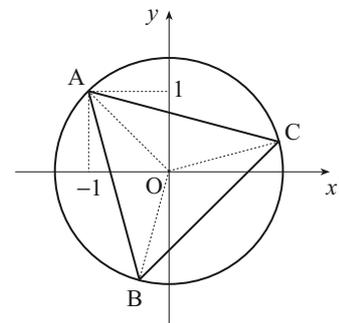
2008 年 7 月 17 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最終的な答えだけを書くのではなく途中の計算や説明も書くこと. これがない場合, 大幅な減点をすることもある.

1 行列  $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$  で表される座標平面上の点の移動を  $f$  とする.

- $A$  は原点のまわりの回転移動を表す行列であるが, その回転角度は何度であるか.
- $f$  によって, 点  $(-1, 1)$  はどんな点に移るか.
- $A^2$  を求めよ.
- 合成移動  $f \circ f$  によって点  $(-1, 1)$  はどんな点に移るか.
- 右の図のように, 円  $x^2 + y^2 = 2$  に内接する正三角形  $ABC$  がある. 点  $A$  の座標が  $(-1, 1)$  のとき, 残りの頂点の座標を求めよ.



2 次の連立 1 次方程式を Gauss の消去法を用いて解け.

$$\begin{cases} x - 2y + z - w = 2 \\ 2x - 5y + z - 3w = 5 \\ -x + 5y + 3z + 6w = -4 \end{cases}$$

3 次の連立方程式が解を持つように定数  $a$  を決め, そのときの解をすべて求めよ.

$$\begin{cases} x + 3y + 2z + w = 1 \\ 2x + 7y + 5z + 4w = 2 \\ 2x + 9y + 8z + 6w = 6 \\ x + 5y + 5z + 3w = a \end{cases}$$

4 a)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  の逆行列をもとめよ.

b) 次の連立一次方程式の解を a) の結果を用いて求めよ.

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 3 \\ 2x + 3y + 2z = 5 \\ 3x + 2y + z = 2 \end{cases}$$

【裏に続く】

5 次の各々の行列式をもとめよ.

$$\text{a)} \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 4 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\text{b)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & -3 & -1 \\ 3 & 8 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\text{c)} \begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & -3 & -3 & 2 \\ 3 & 2 & 3 & -3 \\ 2 & 1 & -3 & -3 \end{vmatrix}$$

6  $a$  を定数としたとき, 行列

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \\ -1 & -1 & a \end{pmatrix}$$

の行列式  $\det A$  を求め,  $A$  が逆行列を持たないような  $a$  を決定せよ. さらに, そのような  $a$  の値のそれぞれについて  $A$  の階数を求めよ.