

9. 前期の復習

• キーワード：

平均変化率, 瞬間変化率 (=微分係数), 接線の傾きと方程式, 合成関数・逆関数, 導関数の種々の計算公式, 増減表, 極大・極小, 凹凸, 変曲点, 関数のグラフ, 分数関数のグラフと漸近線, 指数関数・対数関数とその微分法.

[1] $f(x) = \frac{1}{1-2x}$ のとする.

- a) x が 1 から 2 まで変化するときの $f(x)$ の平均変化率を求めよ.
- b) $x = 1$ における $f(x)$ の瞬間変化率 (=微分係数) を定義に従って求めよ.
- c) $y = f(x)$ のグラフの $(1, -1)$ における接線の方程式を求めよ.
- d) $y = f(x)$ のグラフと, $(1, -1)$ における接線を描け.

[2] $f(x) = -\sqrt{2x-1}$ として前問と同じ問い合わせよ.

[3] グラフを利用して, 次の不等式を解け.

a) $\frac{2x-1}{x-1} < x+1$ b) $\sqrt{-4x+8} \geq x+1$

[4] a を定数とし, $f(x) = \frac{1}{1-x}$, $g(x) = \frac{x+a}{x}$ とする.

- a) $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ を求めよ.
- b) $(g \circ f)(x)$ と $(f \circ g)(x)$ が同じ関数になるように, 定数 a の値を定めよ.

[5] 次のおおのの関数について, その定義域と値域を求めよ. また, それぞれの逆関数を求め, 逆関数の定義域と値域も求めよ.

a) $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ b) $f(x) = -\sqrt{2-x}$

[6] 次の関数を変数 x で微分せよ.

a) $f(x) = (2x^3 + 5)^7$	b) $f(x) = \frac{1}{(x^2 - 3)^2}$	c) $f(x) = (x^2 + 3)(x^2 - 2x + 2)$
d) $f(x) = \frac{2x-5}{3x^2 + 1}$	e) $f(x) = \frac{x^4 + 3x - 2}{x^2}$	f) $f(x) = \frac{x}{x^2 - x + 1}$
g) $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$	h) $f(x) = \sqrt[3]{2x^2 + 5}$	i) $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$
j) $f(x) = e^{-3x^2}$	k) $f(x) = x^2 e^{-x}$	l) $f(x) = \frac{e^x}{1 - e^x}$
m) $f(x) = \frac{x}{(\log x - 1)}$	n) $f(x) = \log(x^2 + 1)$	o) $f(x) = e^x \log x$

[7] 次の関数の増減, 極値, グラフの凹凸および変曲点を調べ, そのグラフをかけ.

a) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 1$

b) $f(x) = \frac{4}{x^2 + 1}$

c) $f(x) = e^{-x^2/2}$

d) $f(x) = \frac{1}{x} + \log x$

[8] 次の関数の最大値, 最小値を求めよ.

a) $x + \sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$)

b) $(2x-1)e^{-2x}$ ($0 \leq x \leq 3$)

[9] 球が毎秒 8 cm^3 の割合で体積を増しているとする. 体積を増し始めてから t 秒後の球の半径, 表面積, 体積を, それぞれ $r \text{ cm}$, $S \text{ cm}^2$, $V \text{ cm}^3$ とするとき, $r = 2$ のときの変化率 $\frac{dV}{dt}$, $\frac{dr}{dt}$, $\frac{dS}{dt}$ をそれぞれ求めよ.