2007 年度 後期

中央大学 経済学部
担当 鍬田 政人

微分積分 II・数学 I — 期末試験

2008 年 1 月 9 日

時間 60 分

- 筆記用具以外の持ち込みは不可.
- 最後の結果だけを書くのではなく，途中の計算や説明も書くこと.
- 次の公式は自由に使ってよい.

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2}x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!}x^3 + \cdots + \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)x^n}{n!} + o(x^n)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + o(x^n)$$

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots + (-1)^{n-1}\frac{x^n}{n} + o(x^n)$$

1 関数 $f(x) = xe^{2-x}$ の増減，極値，凹凸，変曲点を調べ，グラフを描け.

2 a) 関数 $\sqrt{1+x}$ の $x=0$ のまわりでの Taylor 展開を 4 次の項まで求めよ.

b) α を正の実数とする． a) で求めた Taylor 展開の 2 次までの項で $\sqrt{1+\alpha}$ を近似したとき，その誤差の範囲を評価せよ.

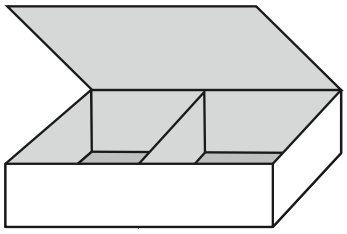
c) $\sqrt{27} = 5\sqrt{1+\frac{8}{100}}$ という表示と $\sqrt{1+x}$ の Taylor 展開の 2 次までの項を用い $\sqrt{27}$ の近似値を求めよ. また，このようにして得られた近似値と $\sqrt{27}$ の値とは小数第何位まで一致するといえるか.

3 Taylor 展開を用いて極限 $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x^2}-\sqrt{1-x^2}}{x-\log(1+x)}$ を求めよ.

4 つぎの 2 変数関数について，2 階の偏微分までをすべて計算せよ.

a) $f(x,y) = xe^{xy}$

b) $f(x,y) = \dfrac{x}{1+y^2}$

5 関数 $f(x,y) = x^2 - 2xy + 4y^2 - y^3$ の臨界点（すべての偏微分が 0 になる点）をすべてもとめ，各臨界点において極大・極小を判定せよ.

6 図のような，中仕切りがあり，ふたのついた箱をつくる．箱の表面積が一定値 a^2 であるとき，容積 V が最大になるような箱の寸法を求めよ．また，そのときの箱の容積を求めよ.